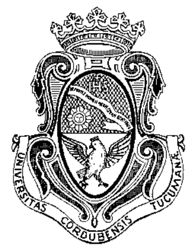


UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA
Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales
República Argentina

Programa de:

TERMODINÁMICA

Código: *232*

Carreras: *Ingeniería Aeronáutica,Mecánica,Electro Mecánica*	Plan:232- 97-05	Puntos: *4*
Escuela:.Materia Común	Carga Horaria: *96*	Hs. Semanales: *6*
Departamento: *Física*	Semestre: *Cuarto*	Año: *Segundo*
	Carácter: *Obligatoria*	
	Bloque: *C B*	

Objetivos: *Conocer los principios fundamentales de la Termodinámica y Cinética de los Gases para que desde un punto de vista técnico científico el estudiante pueda sentar las bases para su aplicación en las materias de especialización. Crear además una actitud reflexiva para que, mediante la aplicación de los temas teóricos a casos prácticos se generen hábitos de investigación y experimentación.*

Programa Sintético.

1-. *Propiedades y sistemas termodinámicos.*
2-. *Ecuación de la Energía. 1er. Principio de la termodinámica*
3-. *Gases Perfectos y reales.*
4-. *Segundo principio de la termodinámica.*
5-. *. Funciones Termodinámicas..*
6-. *Ciclo de Sistemas Gaseosos*
7-. *Propiedades de las Sustancias Puras.*
8-. *Ciclo de Vapor.*
9-. *Ciclos Frigoríficos.*
10-.*Escurrimiento de Gases y Vapores.*
11-.*Mezcla de Gases y Vapores.*
12-*Termoquímica y combustión.*
13-.*Fundamentos de Termotransferencia.*

Programa Analítico: de foja 4 a foja 6.

Programa Combinado de Examen (si corresponde): de foja a foja .

Bibliografía: de foja *4* a foja *4*.

Correlativas Obligatorias:
Correlativas Aconsejadas: *Física I.*
Análisis Matemáticos II

Rige: 1997 y 2005 en adelante

Aprobado HCD, Res.:	Modificado / Anulado / Sust. HCD Res.:
Fecha:	Fecha:

El Secretario Académico de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (UNC) certifica que el programa está aprobado por el (los) número(s) y fecha(s) que anteceden. Córdoba, / / .

Carece de validez sin la certificación de la Secretaría Académica:

PROGRAMA ANALÍTICO

LINEAMIENTOS GENERALES

En esta asignatura, nos referiremos a los conocimientos básicos de la ciencia de los estados y de los cambios de estado de los sistemas físicos que mediante su interacción acompañan dichos cambios.
Por tratarse la termodinámica de una rama de la física, durante su estudio se describen los procesos en donde los cambios de temperatura desempeñan un papel importante en la transformación de la energía de una forma a otra. Como los fundamentos de la termodinámica descansan en la observación y en la generalización adecuada del comportamiento del mundo real, a lo largo del semestre se estudiaran las leyes que rigen las transformaciones de energía.
En lo que se refiere a la aplicación de ésta disciplina en ingeniería, podemos afirmar que el alumno tomará conciencia de su importancia al percibir que su estudio participa en todas las actividades humanas, desde lo cotidiano a lo más sofisticado como es el caso la tecnología espacial.
Finalmente, la termodinámica para el futuro ingeniero sin lugar a dudas desempeñará un papel de primera magnitud en la búsqueda de soluciones para los problemas planteados en la crisis energética, la escasez de agua potable desecho de residuos y otros. Es así, que su estudio resulta de la mayor importancia para la continua búsqueda de un mejor modo de vida. Luego podemos afirmar que esta disciplina motiva el uso de la imaginación y habilidad creadora.

METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA

La metodología de enseñanza se basa en clases teóricas, prácticas y de laboratorio, que permiten al alumno asimilar y comprobar la aplicación de los conocimientos impartido por los docentes mediante la resolución de situaciones reales que se apoyan en el uso del laboratorio experimental.
El alumno asimila el uso de material bibliográfico disponible indicado por la cátedra y realiza informes de la actividad que desarrolla. El logro de los objetivos propuestos se basa en la integración de los conocimientos adquiridos mediante la discusión de preguntas y resolución de problemas, para de ese modo permitir una mejor comprensión sobre todo, en aquellos conceptos más complicados. Así mismo en el transcurso del semestre se desarrollan trabajos de laboratorio experimental y evaluación de las unidades de enseñanza aprendizaje.
Todo o anterior obliga a una coordinación esmerada de las actividades dentro del tiempo asignado.

EVALUACION

Condiciones para la promoción de la materia

a)- Tener todas las correlativas de la materia aprobadas, o los trámites de correlatividad en orden.

b)- Cumplir con el 80 % de asistencia a las clases teóricas y prácticas, aprobando los trabajos exigidos por la cátedra en cada caso.

c)- Aprobar dos pruebas parciales escritas y un coloquio integrador final, (éste último en forma oral).
Cada prueba parcial escrita será teórico-práctica con los siguientes contenidos:

Teórico :
Constará de un cuestionario de no más de 5 (cinco) preguntas teóricas conceptuales.

Práctico :

Resolución de no más de dos ejercicios, en los cuales el alumno podrá contar con material de apoyo autorizado por el Jefe de Trabajos Prácticos.

El tiempo asignado para el parcial será como máximo de 2 (dos) horas reloj y su aprobación será con una nota no menor a 4 (cuatro) puntos, equivalentes al 60 % de los conocimientos evaluados en cada una de las partes. Cada alumno, podrá hacer uso de la **recuperación** de un parcial.

La nota de evaluación del parcial recuperado, reemplazará al aplazo o inasistencia que dio origen a la recuperación.

Coloquio integrador final:

El coloquio integrador final se podrá rendir *en dos oportunidades* después de haber aprobado las dos pruebas parciales anteriores y en cualquiera de los turnos de exámenes finales fijados por la facultad, con los siguientes plazos:

Para materias del primer semestre: *Hasta el último turno de Diciembre del mismo año de cursado.*

Para materias del segundo semestre: *Hasta el último turno de Marzo del año siguiente al cursado de la asignatura.*

Validez de la promocion: (Plazo para asentar la condición en acta).

e)- **Para materias del primer semestre**: *Hasta finalizar la época de exámenes de Febrero-Marzo del año siguiente.*

f)- **Para materias del segundo semestre :** *Hasta finalizar la época de exámenes de Julio del año siguiente.*

El alumno que no se haya inscripto para registrar su promoción dentro del plazo estipulado en e) y f), perderá la promoción de la asignatura, quedando en condición de libre.

Alumnos regulares :

Los requisitos para que el alumno quede en situación de alumno regular es haber cumplimentado lo establecido en los apartados a) y b) , además de tener aprobado el 50% de lo correspondiente al apartado c) del Régimen de Promoción. La validez de la regularidad se rige por el *Régimen de Alumnos Art : 14* de la **Resol. Nº 154-H-C-D-2002.**

Examen práctico regular.

Constará de una parte práctica de no más de dos problemas similares a los de la carpeta o Guía de Trabajos Prácticos, siendo su duración de dos horas reloj.
La aprobación de la parte práctica quedará registrada en la Libreta de Trabajos Prácticos y su validez será hasta la finalización de la regularidad.

Examen practico libre.

Constará de no menos de dos problemas y preguntas de laboratorio de acuerdo al programa vigente, siendo su duración de dos horas reloj.
La no aprobación de la parte teórica invalida la parte practica.

CONTENIDOS TEMÁTICOS

Unidad N° 1 "Propiedades y sistemas termodinámicos
Definiciones y conceptos fundamentales. Energía. Energía interna. Energía mecánica. Energía de flujo. Energía calorífica. Unidades de energía y potencia. Sistemas. Parámetros. Funciones de estado. Escalas termométricas. Parámetros fundamentales. Interpretación cinética de la presión y la temperatura. Camino libre medio. Choque contra una pared móvil. Constante de Boltzmann.

Unidad N° 2 "Ecuación de la energía. 1er. Principio. de la termodinámica"
Ecuación general de la energía. Primer principio para sistemas no fluentes. Calores específicos. Función energía interna. Trabajo externo. Entalpía. Primer principio para sistemas fluentes. Casos particulares de la ecuación de la energía. Laminado.

Unidad N° 3 "Gases perfectos y reales"
Clasificación de los sistemas gaseosos. Gases perfectos. Propiedades leyes y ecuaciones. Ecuación de estado La constante **R.** Gases reales. Representación de Amagat. Ecuación de estado de los gases reales. Ecuación de Van der Waals. Ecuación de estado reducida. Otras ecuaciones para gases reales. Factor de compresibilidad. Límite de aplicación de las fórmulas. Transformaciones reversibles de los gases perfectos. Mezcla de gases perfectos y reales.

Unidad N° 4 "2do. Principio de la termodinámica. Entropía"
Ciclos. Concepto de rendimiento térmico. Transformaciones reversibles e irreversibles.
Enunciados del segundo principio de la termodinámica. Ciclo de Carnot. Teorema de Carnot.
Escalas termodinámicas de temperaturas. Teorema de Clausios. Entropía. Entropía para gases perfectos. Diagramas entrópicos. Trazado de las transformaciones. Entropía e irreversibilidad. Consecuencias de la irreversibilidad en el trabajo máximo. Exergía. Entropía y probabilidad termodinámica.

Unidad N° 5 "Funciones" termodinámicas"
Métodos matemáticos fundamentales. Función de Helmholtz. Función de Gibbs. Ecuaciones de Maxwell. Primera y segunda ecuación T dS.

Unidad N° 6 "Ciclos de sistemas gaseosos"
Ciclo de las máquinas térmicas. Ciclo Otto. Diesel. Semidiesel. Ciclo Brayton. Indicador de Watt. Indicadores de rayos catódicos. Ciclo de compresión sin espacio nocivo. Ciclo de compresión con espacio nocivo.

Unidad N° 7 "Propiedades de las sustancias puras".
Vapores. Calor de formación de los vapores. Formula de la tensión. Título de un vapor. Volumen del vapor saturado seco. Ecuaciones de estado. Entropía de los vapores. Diagrama entrópico. Entalpía y vapores. Diagrama de Mollier. Calor específico del vapor de agua.

Unidad N° 8 "Ciclos de vapores".
Transformaciones del vapor de agua. Determinación del título en expansiones adiabáticas. Ciclo de Carnot para vapores. Ciclo de Rankine. Ciclo real. Eficiencia. Ciclo de expansiones múltiples. Ciclo regenerativo. Ciclo binario.

Unidad n° 9 "Ciclos frigoríficos".
Ciclos frigoríficos de Carnot. Ciclo de compresión a régimen húmedo. Ciclo de compresión a régimen seco. Ciclo de dos etapas y doble evaporador. Ciclo de absorción. Ciclo de difusión. La bomba de calor. Criogenia.

Unidad N° 10 "Escurrimiento de gases y vapores".
Escurrimiento de gases y vapores. Escurrimiento a volumen constante. Escurrimiento isotérmico. Escurrimiento adiabático. Toberas, determinación del caudal. Dimensionamiento. Presión, velocidad y sección critica. Velocidad del sonido, número de Mach. Difusores. La tobera venturi. Eyectores.

Unidad N° 11 "Mezcla de gases y vapores".
Aire húmedo. Humedad absoluta y relativa. Volumen del aire húmedo. Entalpías. Tablas. Diagramas Psicrométrico y de Mollier (i-x). Transformaciones del aire húmedo. Punto de rocío.
Saturación adiabática. Mezcla del aire húmedo.

Unidad N° 12 "Termoquímica y combustión".
Termoquímica. Definiciones y leyes. Reacciones a p=cte. Calor de formación. Reacciones a V=cte. Calor de combustión. Calores de reacción. Temperatura máxima de reacción.
Combustión. Poderes caloríficos inferior y superior. Bomba calorimétrica de Malher. Calorímetro de Junkers. Cantidad de aire necesaria para la combustión. Temperatura de combustión.
Diagrama entálpico de combustión.

Unidad N° 13 "Termotransferencia-fundamentos".
Distintas formas de transmisión del calor. Transmisión del calor por conducción. Formula de Fourier. Aplicaciones. Aplicación general de la conducción del calor. Convección. Cálculo del Coeficiente de convección. Convección forzada. Convección natural. Radiación. Leyes de la radiación. Transmisión total para fluidos en reposo. Transmisión del calor para fluidos en movimiento. Diferencia media logarítmica de temperatura. Intercambiadores de calor. Intercambiadores de corriente de igual y distinto sentido. Determinación de la superficie de intercambio.

LISTADO DE ACTIVIDADES PRACTICAS.

TEMAS
Propiedades -Sistemas termodinámicos. Ecuación General de la Energía
Primer Principio- Entalpía. Gases perfectos. Mezcla de gases
Gases reales .Transformaciones-.
Segundo principio de la termodinámica- Entropía-Exergía. Funciones
Ciclos de sistemas gaseosos de máquinas motrices y operadoras. Laboratorio.
Vapores-ciclos de máquinas de vapor.
Ciclos frigoríficos. Laboratorio .
Escurrimiento de gases y vapores- (Toberas).
Aire húmedo
Poder calorífero y combustión
Fundamentos de termo-transferencia. Laboratorio

1. DISTRIBUCION DE LA CARGA HORARIA

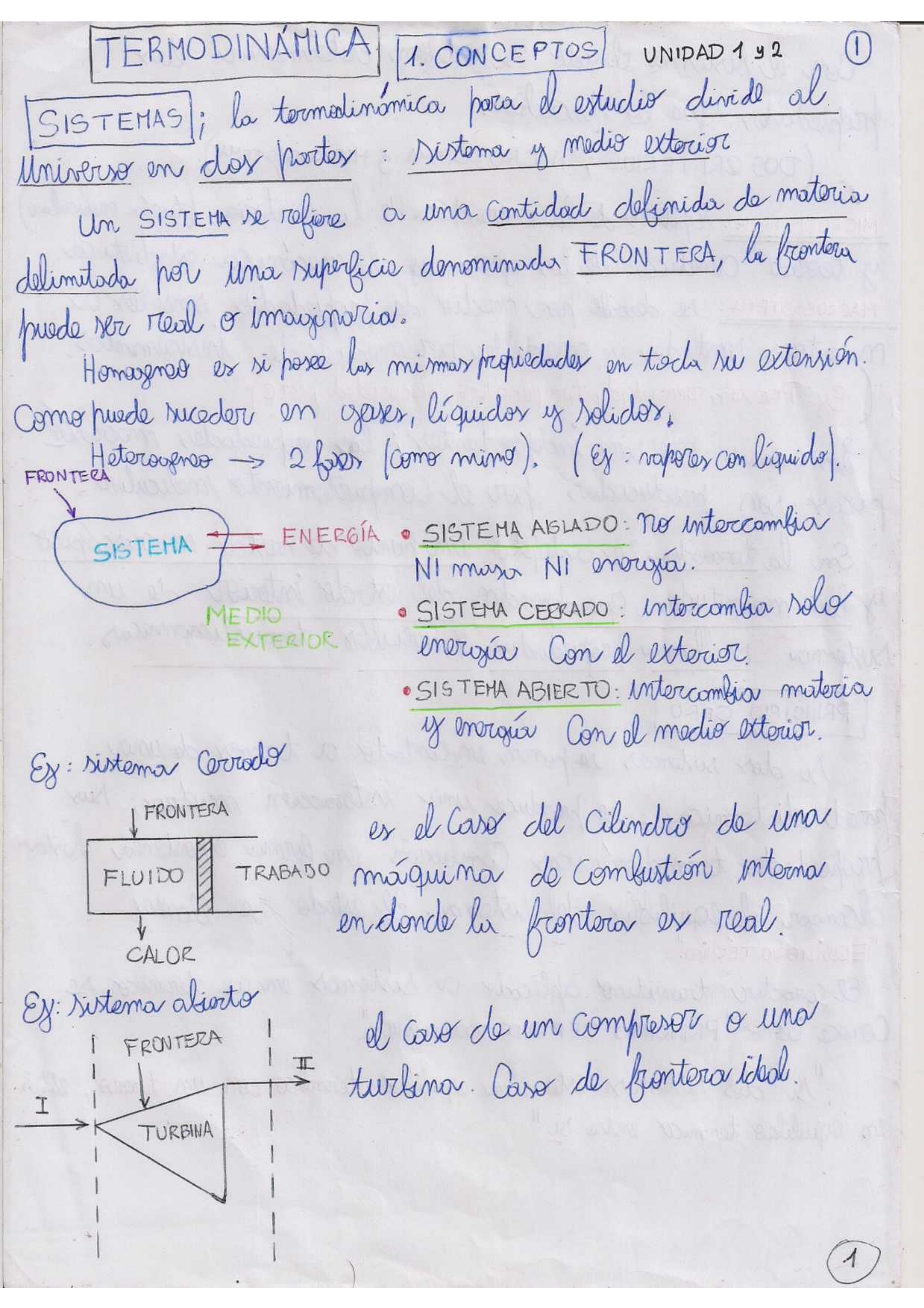
ACTIVIDAD	HORAS
TEÓRICA	48
FORMACIÓN PRACTICA:	
o FORMACIÓN EXPERIMENTAL	9
o RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	39
o PPS	
TOTAL DE LA CARGA HORARIA	96

DEDICADAS POR EL ALUMNO FUERA DE CLASE

ACTIVIDAD		HORAS
PREPARACION TEÓRICA		80
PREPARACION PRACTICA		
	o EXPERIMENTAL DE LABORATORIO	6
	o EXPERIMENTAL DE CAMPO	
	o RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	30
	TOTAL DE LA CARGA HORARIA	116

2. BIBLIOGRAFIA

V. FAIRES : **Termodinámica.**
KIRILLIN : **Termodinámica Técnica.**
WARK : **Termodinámica.**
CENGEL BOLES: **Termodinámica.**
H. BAHER : **Tratado moderno de Termodinámica.**
F. HUANG : **Ingeniería Termodinámica.**
A. ESTRADA: **Termodinámica Técnica**
FACORRO RUIZ : **Termodinámica Técnica.**
M. ZEMANSKY : **Calor y Termodinámica.**
M. NINCI : **Termodinámica Técnica.**
SCHMIDT KESTIN : **Thermodynamics.**
H. DUBBEL : **Manual del Constructor de Máquinas.**
A. MALDONADO. **Termodinámica Técnica**
C MORA: **Termo transferencia.**
F. C. ARENAS: **Termodinámica Técnica.**



TERMODINÁMICA

1. CONCEPTOS

UNIDAD 1 y 2

SISTEMAS; la termodinámica para el estudio divide al Universo en dos partes: sistema y medio exterior

Un SISTEMA se refiere a una cantidad definida de materia delimitada por una superficie denominada FRONTERA, la frontera puede ser real o imaginaria.

Homogeneo es si posee las mismas propiedades en toda su extensión. Como puede suceder en gases, líquidos y solidos.

Heterogeneo → 2 fases (como minimo). (Ej: vapores con líquido).

- SISTEMA AISLADO: no intercambia NI masa NI energía.
- SISTEMA CERRADO: intercambia solo energía con el exterior.
- SISTEMA ABIERTO: intercambia materia y energía con el medio exterior.

Ej: sistema cerrado

es el caso del cilindro de una máquina de combustión interna en donde la frontera es real.

Ej: sistema abierto

el caso de un compresor o una turbina. Caso de frontera ideal.

Con el sistema elegido se deben determinar las propiedades que lo describen.

(DOS CRITERIOS; MACROSISTEMA y MICROSISTEMA).

MICROSISTEMA: Hipótesis de la estructura de la materia. (teoría molecular) y teoría cinética de los gases y la mecánica estadística.

MACROSISTEMA: se describe por medio de propiedades sensibles a nuestros sentidos y medibles por medio de instrumentos.
(Ej: PRESIÓN, DENSIDAD, temperatura, VISCOSIDAD, etc)

Los criterios no son independientes; las propiedades macroscópicas son producidas por el comportamiento molecular.

En la termodin. se adopta un punto de vista macroscópico y las magnitudes que dependen del estado interior de un sistema se llaman propiedades o variables termodinámicas.

PRINCIPIO CERO

Si dos sistemas se ponen en contacto a través de una pared diatérmica, se produce una interacción mutua; sus propiedades termodinámicas cambiarán en forma espontánea hasta alcanzar el equilibrio del sistema. El estado se llama "EQUILIBRIO TÉRMICO".

El carácter transitivo aplicado a sistemas en eq. térmico se conoce como "PRINCIPIO CERO DE TERMODINAMICA".

"Si dos sistemas están en equilibrio térmico con un tercero, están en equilibrio térmico entre sí"

PARAMETROS } son las propiedades (estados accidentales) de un sistema).

↑ m   ↑ ~~m~~

Los parametros pueden ser EXTENSIVOS Ó INTENSIVOS.

son extensivos Cuando dependen de la masa, son intensivos Cuando NO dependen de la masa.

Eq. TERMODINAMICO para que se de, debe Cumplir tres Condiciones de equilibrio simultaneas.

a) Eq. TÉRMICO: la temperatura debe ser uniforme.

b) Eq. MECÁNICO: Para que no se produzcan movimientos macroscopicos (eq. de fuerzas y MOMENTOS)

c) Eq. QUIMICO: lo cual supone la NO existencia de reacciones.

Al tratarse de estados de equilibrio, el tiempo no interviene en las ecuaciones.

Para definir al sistema mediante sus parámetros, este deberá tambien ESTAR en equilibrio con el medio exterior.

Todo sistema termodinámico tiene su propia ecuación de estado; se puede determinar mediante la experimentación o en una teoría molecular. Siempre existe, no importa la mayor o menor complejidad para expresarla en forma matemática.

P, V y T se relacionan $f(P,V,T)=0$

$$\left.\begin{array}{l} P = p(V,T) \\ V = V(P,T) \\ T = T(V,P) \end{array}\right\} \text{variables en forma funcional}$$

En el caso de un gas ideal

$$f(p, v, T) = 0 = \frac{P.V}{R.T} - 1 = 0$$

PRESIÓN: fuerza normal que ejerce el sistema por unidad de area, la presión tiene una relación directa con la cantidad de movimiento molecular de un gas.

La presión a la que se hace referencia es la presión absoluta, la suma de la P_{atm} y $P_{relativa}$.

$$P_{abs} = P_{atm} + P_{REL.}$$

PRESION → INTENSIVA
PRESION → ADITIVO

La presión es independiente de la cantidad de materia, es un parámetro intensivo y aditivo (se puede sumar)

VOLUMEN Parametro extensivo, para no depender de la masa se lo divide por esta y usamos el volumen específico.

$$v = \frac{dV}{dm} \qquad \delta = \frac{dm}{dV} \qquad v = \frac{1}{\delta}$$

VOLUMEN → EXTENSIVO

VOLUMEN ESPECÍFICO → INTENSIVO $(V/m = v)$

TEMPERATURA

parametro ligado al principio 0 de la term. es independiente de la cantidad de materia, posee un caracter intensivo.

Los instrumentos que se usan para medirla se basan en aspectos como son la dilatación, resistencia eléctrica, radiación, etc. Se los llama termómetros o pirómetros según sea el nivel térmico deseado para medir.

Marcará esto los materiales idoneos para emplear dependiendo de las circunstancias.

Su valoración se efectua usando como medio las escalas termométricas las cuales son arbitrarias.

$$\frac{T}{100} = \frac{R}{80} = \frac{F-32}{180} = \frac{T-273}{100}$$

- Reamur
- Celsius
- Farenheint
- Kelvin

PIROMETRO DE EFECTO SEEBECK

°R
°C
°F
K

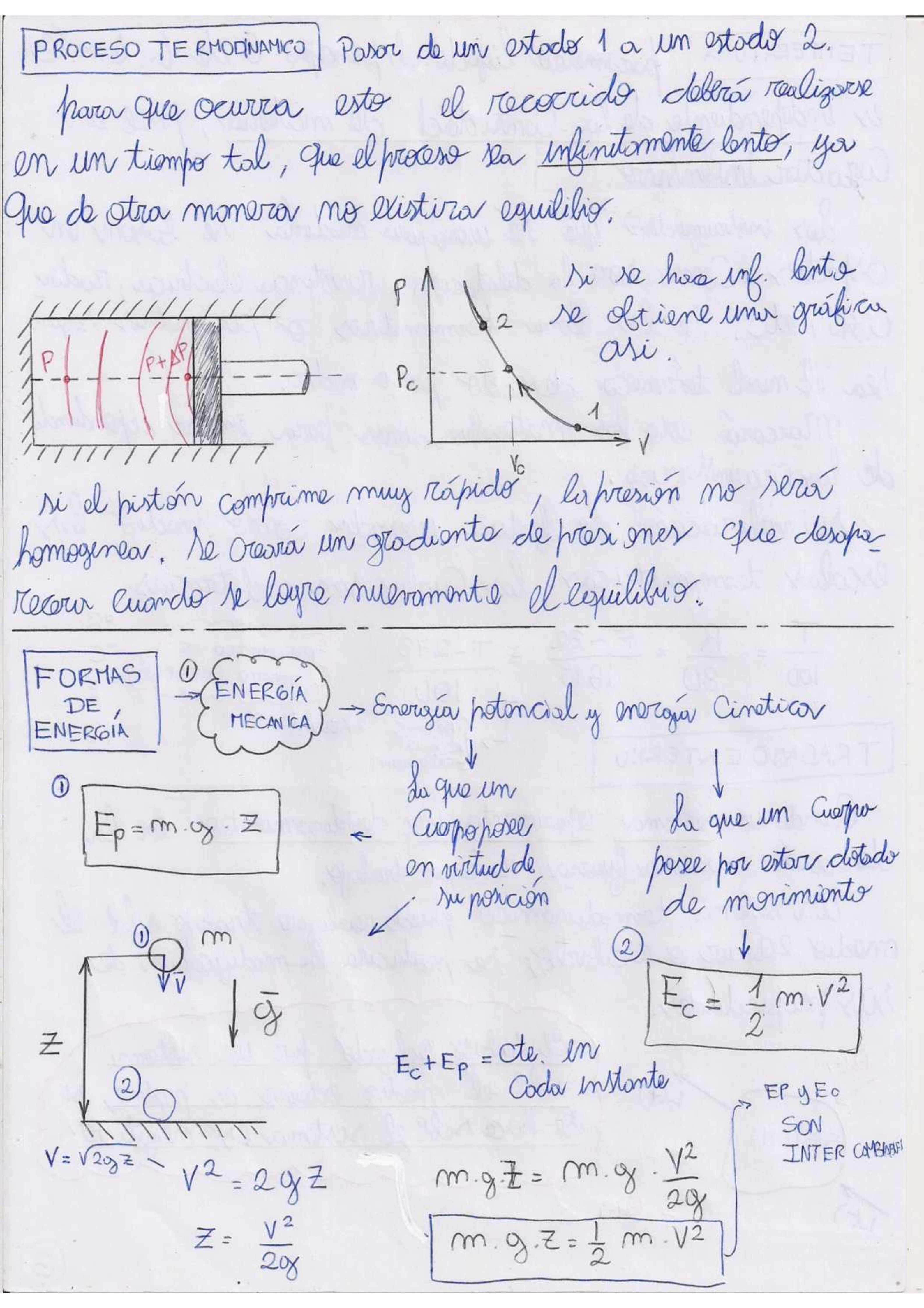
TRABAJO EXTERNO

Cuando un sistema experimenta un desplazamiento en la dirección de una fuerza realiza trabajo.

Un sistema termodinámico puede realizar trabajo sobre el medio exterior o recibirlo; se producirá la modificación de sus propiedades.

Q(+)
L(+)
SISTEMA
L(-)
Q(-)

El trabajo realizado por un sistema sobre el medio exterior es positivo, si se hace sobre el sistema es negativo.



PROCESO TERMODINAMICO Pasar de un estado 1 a un estado 2.

para que ocurra esto el recorrido deberá realizarse en un tiempo tal, que el proceso sea <u>infinitamente lento</u>, ya que de otra manera no existiría equilibrio.

si se hace inf. lento se obtiene una gráfica así.

si el pistón comprime muy rápido, la presión no será homogenea. Se creará un gradiente de presiones que desaparecera cuando se logre nuevamente el equilibrio.

FORMAS DE ENERGÍA → ① ENERGÍA MECANICA → Energía potencial y energía Cinetica

① Energía potencial: Lo que un cuerpo posee en virtud de su posición

$$E_p = m \cdot g \cdot Z$$

② Energía cinética: Lo que un cuerpo posee por estar dotado de movimiento

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot V^2$$

$E_c + E_p = cte.$ en cada instante

$V = \sqrt{2gZ}$ — $V^2 = 2gZ$

$$Z = \frac{V^2}{2g}$$

$$m \cdot g \cdot Z = m \cdot g \cdot \frac{V^2}{2g}$$

$$m \cdot g \cdot Z = \frac{1}{2} m \cdot V^2$$

→ EP y Ec SON INTERCAMBIABLES

2) **ENERGÍA INTERNA** Tan pronto el cuerpo cae y llega al nivel inferior; por una superficie que le impide continuar el movimiento, $Z=0$ y $V=0$; E_P y E_C se anulan.

Esto no quiere decir que la energía haya desaparecido, esta se transformó en "energía interna". Aparece como calor en los puntos que se han puesto en contacto con la superficie.

Las moléculas poseen movimiento continuo → U_C

además, aparece la U_P, en virtud de la fuerza de atracción que se ejerce, habrá variación de energía potencial.

$$U = U_C + U_P$$

↳ suele ser muy pequeña

U se puede convertir en trabajo mecánico y viceversa se fundamenta el funcionamiento de las máquinas térmicas.

$$U = \sum U_C + \sum U_P$$

En el punto de contacto aumenta la temperatura, se produjo una variación de la energía interna. $(U_F > U_i)$

Aplicando el PPIO de conservación de energía $\boxed{U - U_0 = L_{ext}}$

si se trata de un sistema aislado

$L_{ext} = 0$

$U - U_0 = 0$

$U = cte.$ Con muchas partículas

$u - U_0 = q + l_{ext}$

PPIO DE CONSV. ENERGÍA

③ **ENERGÍA DE FLUJO** (o de presión)

Consideramos un fluido que se mueve a través de un conducto, el movimiento se debe a la acción de una fuerza F que actúa sobre esa masa y se mueve junto con ella, efectuará un trabajo.

E, S, P, A, x

$l_f = F . x$

siendo $F = P . A$

$L_f = P . A . X$

además $A . X = V$ (volumen)

$$L_f = P . V$$

④ **ENERGÍA CALORIFICA** Aquella que un cuerpo puede ceder o absorver cuando adquiera dos temp. distintas

$\delta Q = m . c . dT$ Ecuación básica de la Calorimetría

Calor, tiene un origen mecánico, basado en la cantidad de movimiento molecular del sistema

Cada interacción individual entre las moléculas del gas y las paredes que lo envuelven se ejerce una pequeña fuerza y se produce un desplazamiento de las moléculas en la pared. Si se pudiera computar cada una de esas cantidades infinitesimales de trabajo y sumarlas, tendríamos el trabajo exterior correspondiente.

Como intervienen un gran número de factores, se recurre a un concepto macroscópico estadístico llamado Calor.

CALOR → SUMA DE TRABAJOS INDIVIDUALES, MUY PEQUEÑOS.

SISTEMA: Q(+), L(+), L(-), Q(-)

El Calor referido a la masa (1 kg) es

$$\delta q = \frac{\delta Q}{m} = C \cdot dt$$

$$q = \int_{t_1}^{t_2} C \cdot dt$$

(CAP. CALORIFICA)

Gráfico C vs. t: puntos 1 y 2, C_m, t_1, dt, t_2, δq. DESPRECIO INFINITESIMOS DE 2º ORDEN

INTEGRO TOMANTO AL RECTANGULO DE BASE dt y C DE ALTURA

$$q \approx C_m \cdot (t_2 - t_1) = \int_{t_1}^{t_2} C \, dt$$

Ec. DE CALOR MEDIO

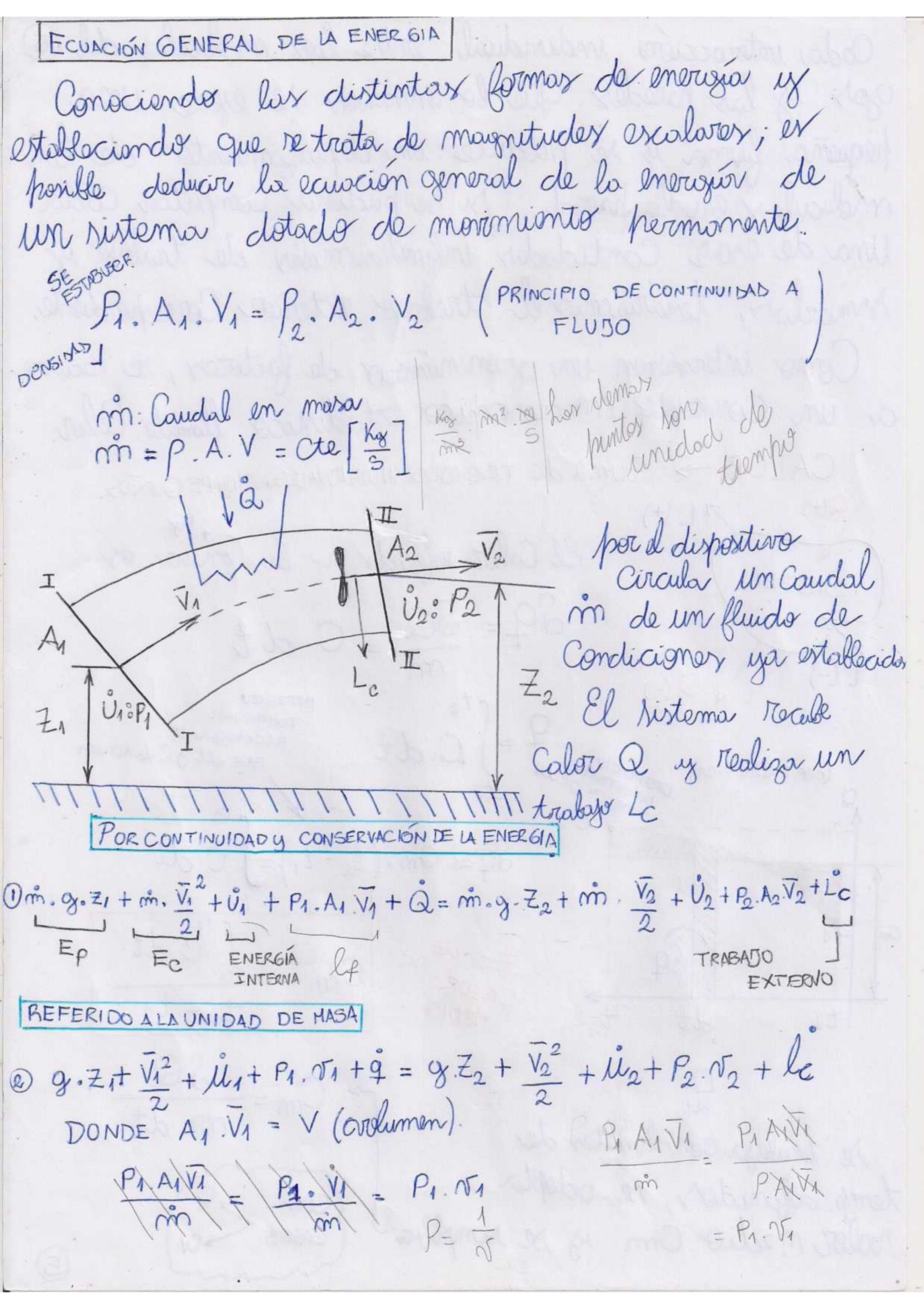
$$C_m = \frac{\int_{t_1}^{t_2} C \cdot dt}{t_2 - t_1}$$

$\frac{\square c}{dt}$

Se trabaja con límites de temp. definidos, se adopta valor medio C_m y se simplifica

$$C_m = \frac{\delta Q}{m \cdot dt}$$

CON GASES → c_p, c_v



ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGIA

Conociendo las distintas formas de energía y estableciendo que se trata de magnitudes escalares; es posible deducir la ecuación general de la energía de un sistema dotado de movimiento permanente.

SE ESTABLECE

$$\rho_1 . A_1 . V_1 = \rho_2 . A_2 . V_2$$ (PRINCIPIO DE CONTINUIDAD A FLUJO)

DENSIDAD (ρ)

$\dot{m}$: Caudal en masa

$$\dot{m} = \rho . A . V = Cte \left[\frac{Kg}{s}\right]$$

$\frac{Kg}{m^3} \cdot m^2 \cdot \frac{m}{s}$ Los demas puntos son unidad de tiempo

por el dispositivo circula un caudal $\dot{m}$ de un fluido de condiciones ya establecidas. El sistema recibe calor Q y realiza un trabajo L_C

POR CONTINUIDAD Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGIA

$$(1)\quad \dot{m} . g . z_1 + \dot{m} . \frac{\bar{V}_1^2}{2} + \dot{U}_1 + P_1 . A_1 . \bar{V}_1 + \dot{Q} = \dot{m} . g . Z_2 + \dot{m} . \frac{\bar{V}_2}{2} + \dot{U}_2 + P_2 . A_2 . \bar{V}_2 + \dot{L}_C$$

E_p — E_C — ENERGÍA INTERNA — l_f — TRABAJO EXTERNO

REFERIDO A LA UNIDAD DE MASA

$$(2)\quad g . z_1 + \frac{\bar{V}_1^2}{2} + \dot{u}_1 + P_1 . v_1 + \dot{q} = g . Z_2 + \frac{\bar{V}_2^2}{2} + \dot{u}_2 + P_2 . v_2 + \dot{l}_c$$

DONDE $A_1 . \bar{V}_1 = V$ (volumen)

$$\frac{P_1 A_1 \bar{V}_1}{\dot{m}} = \frac{P_1 . \dot{V}_1}{\dot{m}} = P_1 . v_1 \qquad \rho = \frac{1}{v}$$

$$\frac{P_1 A_1 \bar{V}_1}{\dot{m}} = \frac{P_1 A_1 \bar{V}_1}{\rho A_1 \bar{V}_1} = P_1 . v_1$$

NO FLUENTE El primer principio establece la relación que vincula el trabajo mecánico con el calor, es una aplicación de las ideas del PPIO de conservación de la energía.

La termodinámica analiza una serie de procesos energéticos referidos a sistemas gaseosos en los cuales no existe circulación del sistema. (Ej: motor de comb. interna, alternativo)

Se supone entonces:

- $V_1 = V_2$ (se anulan los términos de la E_c) NO HAY MOVIMIENTO
  se anula el termino de energía de flujo.
- $Z_1 = Z_2$ (se anula los terminos de la E_p)

se toma la Ecuación de la energía por unidad de masa:

$$(2) \quad g \cdot Z_1 + \frac{V_1^2}{2} + u_1 + P_1 V_1 + q = g \cdot Z_2 + \frac{V_2^2}{2} + u_2 + P_2 V_2 + l$$

PRIMER PRINCIPIO DE LA TERMODINAMICA

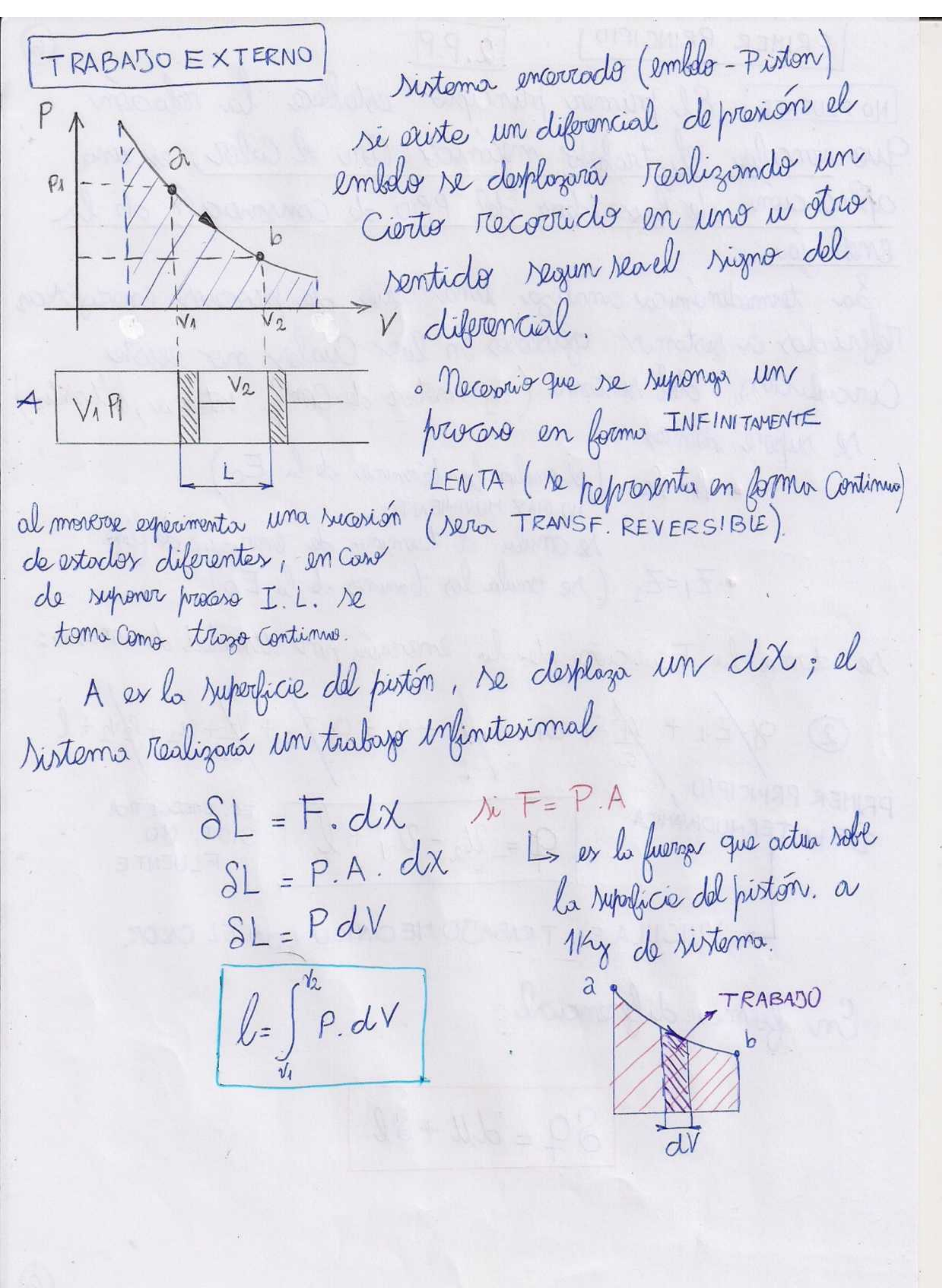
$$q = u_2 - u_1 + l$$

EC. ENERGETICA SIST. NO FLUENTE

→ VINCULA EL TRABAJO MECANICO CON EL CALOR

En forma diferencial:

$$\delta q = du + \delta l$$



TRABAJO EXTERNO

sistema encerrado (embolo - Piston)

si existe un diferencial de presión el embolo se desplazará realizando un cierto recorrido en uno u otro sentido según sea el signo del diferencial.

- Necesario que se suponga un proceso en forma INFINITAMENTE LENTA (se representa en forma continua) (sera TRANSF. REVERSIBLE).

al moverse experimenta una sucesión de estados diferentes, en caso de suponer proceso I. L. se toma como trazo continuo.

A es la superficie del pistón, se desplaza un dx; el sistema realizará un trabajo infinitesimal

$$\delta L = F \cdot dx$$

si $F = P \cdot A$

↳ es la fuerza que actua sobre la superficie del pistón. a 1 kg de sistema.

$$\delta L = P \cdot A \cdot dx$$

$$\delta L = P \, dV$$

$$l = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV$$

CALORES ESPECÍFICOS

Un sistema, cuando aumenta su temperatura, puede absorber calor de dos maneras distintas; a presión cte. y a volumen cte. Su calor específico dependerá del proceso que se realice.

① P = cte.

ΔV

ΔT

Q_p

- recipiente de secc. circular, limitado por pistón móvil.
- V_1 de gas a T_1 (inicial)

se le suministra Q_p hasta que alcance T_2, el volumen pasa a ser V_2 (el pistón se movió)

P = Cte.

se realizó un trabajo externo por el producto p. dV.

la energía calorífica suministrada se había insumido parte en producir el aumento de temperatura y parte en producir el trabajo externo.

$$Q_p = \Delta U + L = m \cdot C_p \cdot \overbrace{(T_2 - T_1)}^{\Delta T} \rightarrow C_p = \frac{Q_p}{m \cdot \Delta T}$$

↳ CALOR A P. cte.

② ΔP

M

V = cte.

ΔT'

Q_V

se tiene un recipiente de paredes rígidas conteniendo la misma masa de gas.

el V = cte.

Si suministro Q_V, su presión va de P_1 a P_2 y su temperatura de T_1' a T_2'

la energía calorífica suministrada se habrá gastado solamente en producir el aumento de temperatura $\Delta T'$.

$$Q_v = \Delta U_v = m \cdot C_v \cdot \overbrace{(T_2' - T_1')}^{\Delta T'}$$

$$C_v = \frac{Q_v}{m \cdot \Delta T'}$$

si $Q_p = Q_v$ $\Delta T' > \Delta T$ (solo subió la temp V = cte) (acá se expandió y subió, será menor)

$$(T_2' - T_1') > (T_2 - T_1)$$

$$\cancel{m} \cdot C_p \cdot \Delta T = \cancel{m} \cdot C_v \cdot \Delta T'$$

$$\boxed{C_p > C_v}$$

CALORES ESPECIFICOS VARIABLES

los calores específicos son distintos segun el proceso y a su vez pueden variar dentro de un mismo proceso. Pueden adoptar valores en función principalmente de la temperatura segun la forma:

$$C_p = a + bT + C \cdot T^2$$

expresión válida únicamente para el intervalo de Temp. en el cual han sido det. a, b y C.

$$\int_{T_1}^{T_2} C \cdot dT = C_m \cdot (T_2 - T_1)$$

$$\int_{T_1}^{T_2} (a + bT + CT^2) = C_m (T_2 - T_1)$$

basta con adoptar los valores medios conseg. en tabla.

FUNCIÓN ENERGIA INTERNA

$\Delta U = Q - L$ ec. fund. term. para sist N.F.

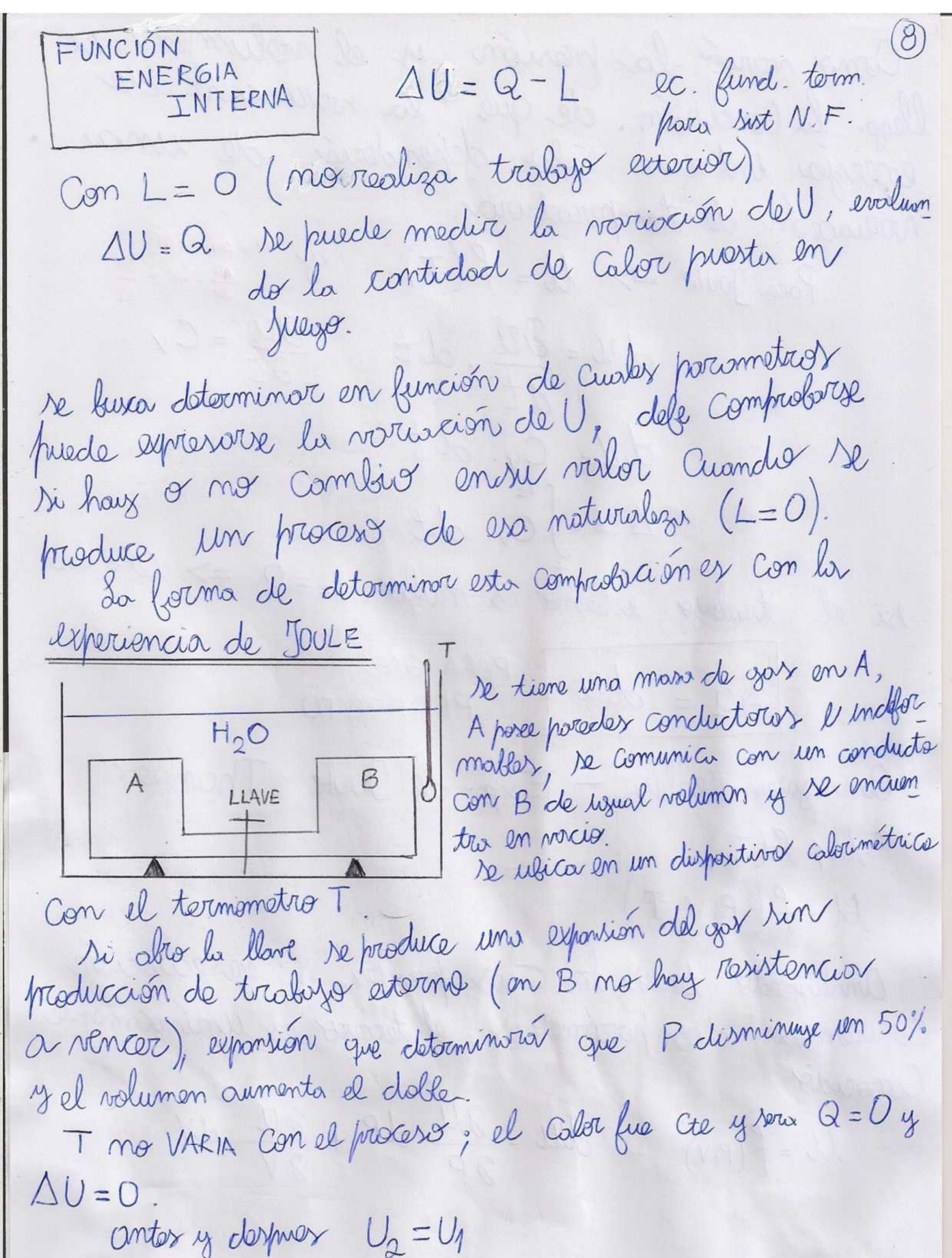
Con $L = 0$ (no realiza trabajo exterior)

$\Delta U = Q$ se puede medir la variación de U, evaluando la cantidad de Calor puesta en juego.

se busca determinar en función de cuales parametros puede expresarse la variación de U, debe comprobarse si hay o no cambio en su valor cuando se produce un proceso de esa naturaleza ($L=0$).

La forma de determinar esta comprobación es con la

experiencia de JOULE



se tiene una masa de gas en A, A posee paredes conductoras e indeformables, se comunica con un conducto con B de igual volumen y se encuentra en vacío.

se ubica en un dispositivo calorimétrico con el termometro T.

si abro la llave se produce una expansión del gas sin producción de trabajo externo (en B no hay resistencia a vencer), expansión que determinará que P disminuye en 50% y el volumen aumenta el doble.

T no VARIA con el proceso; el Calor fue cte y será $Q = 0$ y $\Delta U = 0$.

antes y despues $U_2 = U_1$

Como varió la presión y el volumen se llega la Conclusión de que la variación de energía interna solo dependería de una variación de temperatura.

Para Joule $\Rightarrow U = f(T)$ y

$\Delta U = Q = C_V \Delta T$

$\frac{Q}{\Delta T} = C_V = \frac{\Delta U}{\Delta T}$

$$dU = \frac{\partial U}{\partial t} \cdot dt \qquad \frac{\partial U}{\partial t} = C_V$$

$$dU = C_V \cdot dt$$

$$\Delta U = \int_{t_1}^{t_2} C_V \cdot dt$$

si el trabajo externo es nulo $L = 0 \Rightarrow Q = \Delta U$

$$\boxed{\delta q = dU}$$

PARA GAS PERFECTO

$$Q = \Delta U$$

$$Q = C_V \Delta T$$

$$\Delta U = C_V \Delta T$$

$$\frac{\Delta U}{\Delta T} = C_V$$

$$\boxed{\frac{\partial U}{\partial T} = C_V}$$

ENERGÍA INTERNA CON GASES REALES

EXPERIENCIA DE JOULE - THOMPSON

P_1 T_1 T_2 P_2

Se esperaba otro resultado de la experiencia de Joule. Cuando un gas se expande, aumenta la distancia entre moléculas, aumenta su $E_{P\,INT.}$; disminuye su E_c; implica una caída en la temperatura.

Se hace pasar ahora un gas de un recipiente a otro pero con la presencia de un tapón poroso, se aísla para evitar pérdidas de calor al exterior. (ADIABATICO)

$T_1 > T_2$ con $P_1 > P_2$ (para garantizar el flujo a través del tapón).

Se deduce que hay una disminución de U del sistema cuando aumenta su volumen en una expansión estrangulada sin ganancia ni pérdida de calor; se consume algo de energía interna disponible en la disgregación molecular que ese aumento de volumen lleva implícito.

NO pasa con los gases perfectos ($U = f(T)$; con JOULE); solamente pasa con los gases reales, con ellos se usa THOMPSON

Con los gases reales:

$$U = f(P, V, T)$$

Conociendo dos parametros, se conoce el tercero.

① $U = f(P, T) \Rightarrow dU = \frac{\partial U}{\partial P} dP + \frac{\partial U}{\partial T} dT$

CASO PART. GAS PERFECTO ② $U = f(T, V) \Rightarrow dU = \frac{\partial U}{\partial T} dT + \frac{\partial U}{\partial V} dV$

① $P = cte \rightarrow \frac{\partial U}{\partial P} = 0 \Rightarrow U = f(T)$ (gas perfecto)

② $V = cte \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial V} = 0 \longrightarrow U = f(T)$

EFECTO JOULE-THOMPSON $\rightarrow$ $\frac{dt}{dP}$ o $\frac{\Delta t}{\Delta P}$ es de gran importancia en la termodinamica aplicada

LINDE, con su aplicación, llegó a temp. proximas al cero absoluto.

Es necesario destacar la diferencia que existe entre la energía interna y el trabajo mecánico

Con el trabajo externo el sistema puede pasar de 1 a 2, siguiendo I, II o III (será L diferente en cada caso). (lo det. el área)

$q = \Delta U + l_c$

$\Delta U = -l_c$

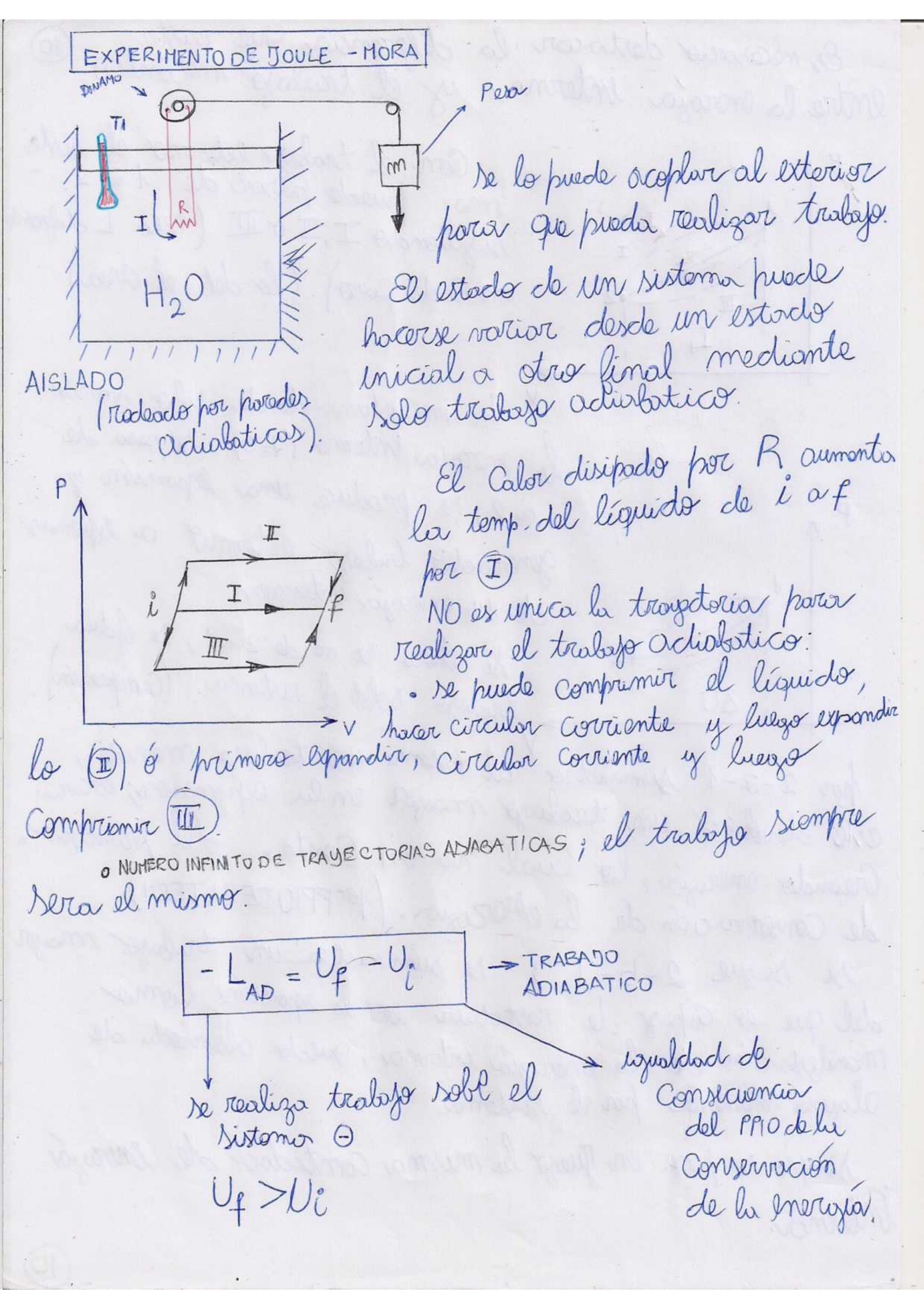
En un sistema donde solo varía la energía interna ($q = 0$). Si pasa de 1 a 2; se produce una expansión y generado trabajo externo a expensas de su energía interna.

Si ahora se va de 2 a 1, se efectúa trabajo sobre el sistema. (Compresión).

por 2-a-1 suministro al sistema un trabajo menor, este devolverá un trabajo mayor en la expansión; estaría creando energía, lo cual va en contra del principio de conservación de la energía. (1er PPIO DE LA TERM).

Si sigue 2-b-1; se suministra un trabajo mayor del que es capaz de restituir en la expansión como manifestación de la energía interna, quedó absorbida de alguna manera por el sistema.

Siempre se pone en juego la misma cantidad de energía interna.



EXPERIMENTO DE JOULE - MORA

se lo puede acoplar al exterior para que pueda realizar trabajo.

El estado de un sistema puede hacerse variar desde un estado inicial a otro final mediante solo trabajo adiabatico.

AISLADO (rodeado por paredes adiabaticas).

El Calor disipado por R aumenta la temp. del líquido de i a f por (I)

NO es unica la trayectoria para realizar el trabajo adiabatico:
- se puede comprimir el líquido, hacer circular corriente y luego expandir lo (II) ó primero expandir, circular corriente y luego comprimir (III).
- NUMERO INFINITO DE TRAYECTORIAS ADIABATICAS; el trabajo siempre sera el mismo.

$$-L_{AD} = U_f - U_i$$

→ TRABAJO ADIABATICO

↓ se realiza trabajo sobre el sistema ⊖

$U_f > U_i$

→ igualdad de Consecuencia del PPIO de la Conservación de la energía.

La variación de energía interna dU es un diferencial exacto.

si $U = f(T,P)$

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right) dT + \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right) dP$$

se puede verificar la Condición del teorema de Green para un diferencial exacto.

Siendo $M(x,y)$ y $N(x,y)$, dos funciones reales, Uniformes y continuas de (x,y) tales que

$$\boxed{\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}}$$

entonces $M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy$ es Un diferencial exacto.

existiendo una función $dF(x,y) = M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy$

si integro $F(x,y) = \int_1^2 dF = F_2 - F_1$.

Se verifica esta condición para la energía interna, por ejemplo para $U = f(T,P)$ se obtiene

$$\left.\begin{array}{l} M(x,y) = \dfrac{\partial U}{\partial T} \\ N(x,y) = \dfrac{\partial U}{\partial P} \end{array}\right\} \quad \frac{\partial\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P}{\partial P} = \frac{\partial\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T}{\partial T} = 0$$

PRIMER PRINCIPIO (NO FLUENTE CON GASES PERFECTOS)

$$\left.\begin{array}{l} \delta L = F \cdot dx = P \cdot A \cdot dx = P \cdot dV \\ du = C_V \cdot dt \end{array}\right] \text{Con esto}$$

$$\delta q = du + \delta l$$

$$\delta q = C_v \, dt + P.dv$$

$$\boxed{\delta q = dU + P.dV}$$ PRIMER PRINCIPIO PARA SISTEMAS NO FLUENTES. P/GAS P.

valida para transf. abierta reversible de la unidad de masa de un gas perfecto tomada en función de los parámetros térmicos del mismo.

PARA UN GAS PERFECTO $\boxed{\delta l = P.dv = du}$

FUNCIÓN ENTALPIA

Se llama a entalpía a $\boxed{i = u + P.v}$ (una función de Estado)

La ecuación de la energía por unidad de masa queda como

$$g.z_1 + \frac{V_1^2}{2} + \overbrace{u_1 + P_1 v_1}^{i_1} + q = g.z_2 + \frac{V_2^2}{2} + \overbrace{u_2 + P_2 v_2}^{i_2} + l_c$$

$$g.z_1 + \frac{V_1^2}{2} + i_1 + q = g z_2 + \frac{V_2^2}{2} + i_2 + l_c$$

E_p y E_c se desprecian

1er PPIO SIST. FLUENTES $\boxed{q = i_2 - i_1 + l_c}$ ó $\boxed{q = \Delta i + l_c}$

en forma diferencial

$$\boxed{\delta q = di + \delta l_c}$$

TRABAJO DE CIRCULACIÓN

si $i = U + P.V$

si la derivo

$$di = dU + d(P.V)$$

$$di = dU + P.dV + V dP$$

siendo $\delta q = dU + P.dV$

$$di = \delta q + v dP$$

$$\boxed{\delta q = di - v dP}$$

Comparando la expresión anterior con $\delta q = di + \delta l_c$

$$\cancel{di} - v dP = \cancel{di} + \delta l_c$$

$$\delta l_c = -v dP$$

INTEGRANDO

$$l_c = \int_{P_1}^{P_2} -v\, dP = \boxed{-\int_{P_1}^{P_2} v\, dP = l_c}$$

TRABAJO DE CIRCULACIÓN ↓ a expensas de la presión

La circulación se va a producir a expensas del cambio de presión. El signo menos nos informa si el trabajo es realizado por el sistema o por el medio exterior sobre él.

Este trabajo es importante para sistemas circulantes a flujo continuo COMPRESORES, MAQUINAS A VAPOR, ETC.

en el diagrama se tiene

$$l_c = P_1 . V_1 + \int_1^2 P . dV - P_2 V_2$$

el trabajo de circulación esta representado por la superficie (1-2-a-b).

trasf. los dos abscisas extremos y el eje de ordenadas ←

La entalpia por ser una función de estado, depende de P, V y T ; si tomamos 2 de ellos se tiene

$$i = f(T, P)$$

$$di = \frac{\partial i}{\partial T} dT + \frac{\partial i}{\partial P} dP$$

Con un proceso de P = cte.

P_{cte} — $P = cte - dp = 0$

$\delta q_p = C_p . dT$ ⟶

$\delta q = di + \delta l_c$ (DE CIRC)

$\delta q = di - v dP$ (= 0 → dP = 0)

$\delta q = \boxed{di = c_p . dT}$

↓

entalpia en función de la temperatura.

↓

en el caso de gases perfectos

$$di = \frac{\partial i}{\partial T} dT = C_p . dT$$

$\delta q_p = c_p . dT$

$$C_p = \frac{\partial i}{\partial T}$$

$$\boxed{\Delta i = \int_1^2 C_p . dT}$$

integrando para dos límites de temperatura

CASOS PARTICULARES DE Ec. GEN. DE LA ENERGÍA

1er CASO Circulación de fluidos incompresibles por tuberías, solamente tenemos en cuenta los términos mecánicos de la ec. de la energía. Si consideramos que se trata de un fluido no viscoso que no realiza trabajo $(l=0)$ y un conducto aislado $(Q=0)$

$$g \cdot Z_1 + \frac{\bar{V}_1^2}{2} + P_1 v_1 = g \cdot Z_2 + \frac{\bar{V}_2^2}{2} + P_2 v_2 + \cancel{l}$$

Con $v = \frac{1}{\delta}$

$$Z_1 + \frac{\bar{V}_1^2}{2g} + \frac{P_1}{g\delta} = Z_2 + \frac{\bar{V}_2^2}{2g} + \frac{P_2}{g\delta}$$

en este caso $\delta = cte.$ y $\rho = g\delta$ (Peso específico)

δ → densidad

$$Z_1 + \frac{\bar{V}_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho} = Z_2 + \frac{\bar{V}_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho}$$

ECUACIÓN DE BERNOULLI

- $\frac{P}{\rho}$ → ALTURA DE PRESIÓN
- $\frac{\bar{V}^2}{2g}$ → ALTURA CINÉTICA
- Z → ALTURA GEOMÉTRICA

$$Z + \frac{\bar{V}^2}{2g} + \frac{P}{\rho} = cte$$

por continuidad llegamos a la Ec. de Bernoulli.

"En el movimiento estacionario y permanente de un fluido ideal a través de un volumen de control, la suma de las alturas representativas de la velocidad, presión y geométrica, es cte. en cualq. sección"

GENERADOR DE VAPOR

2do Caso; !

Interesa el caso de los gases que entregan una cierta cantidad de calor q a una masa de agua para generar vapor.

NO se produce trabajo y se desprecian las energías potencial y cinética. Si $l_c = 0$; $V_1 \cong V_2$; $Z_1 = Z_2$

$$Z_1 \cdot g + \frac{V_1^2}{2} + i_1 + q = Z_2 g + \frac{V_2^2}{2} + i_2 + l_c$$

$$q = i_2 - i_1$$

"La cantidad de calor entregado se traduce en un salto entálpico".

TOBERA

3er CASO

Caso de un fluido compresible que se expande sin intercambiar calor con el medio a través de un conducto, sin recibir y entregar trabajo.

$$Z_1 g + \frac{V_1^2}{2} + i_1 + q = Z_2 g + \frac{V_2^2}{2} + i_2 + l_c$$

$q = 0$

$l_c = 0$

$Z_1 = Z_2$

$$\frac{V_1^2}{2} + i_1 = \frac{V_2^2}{2} + i_2$$

$$\underbrace{\frac{V_2^2 - V_1^2}{2}}_{\Delta E_c} = \underbrace{i_1 - i_2}_{\Delta i}$$

$$\Delta i = \Delta E_c$$

ganancia de energía cinética a expensas de la entalpía

Se busca maximizar V_2

si en la garganta de la tobera no alcanzamos mach 1, en la parte que diverge se desacelera (en este tipo de tobera) y sera un difusor; las toberas subsonicas son convergentes en su totalidad.

LAMINADO 4° caso.; se presenta cuando en un conducto se reduce bruscamente la sección del pasaje del fluido.
↓
Compresible

I II
P_1 P_2
A_1 $\bar{V}_1$ $\bar{V}_2$ A_2
V_1 V_2

por ser un sistema circulante que no intercambia calor ni trabajo con el medio.

$$q = 0 \quad y \quad l_c = 0$$

$P_1 > P_2$ y $Z_1 = Z_2$, también $\bar{V}_1 \approx \bar{V}_2$ (si se miden lo suficientemente alejados).

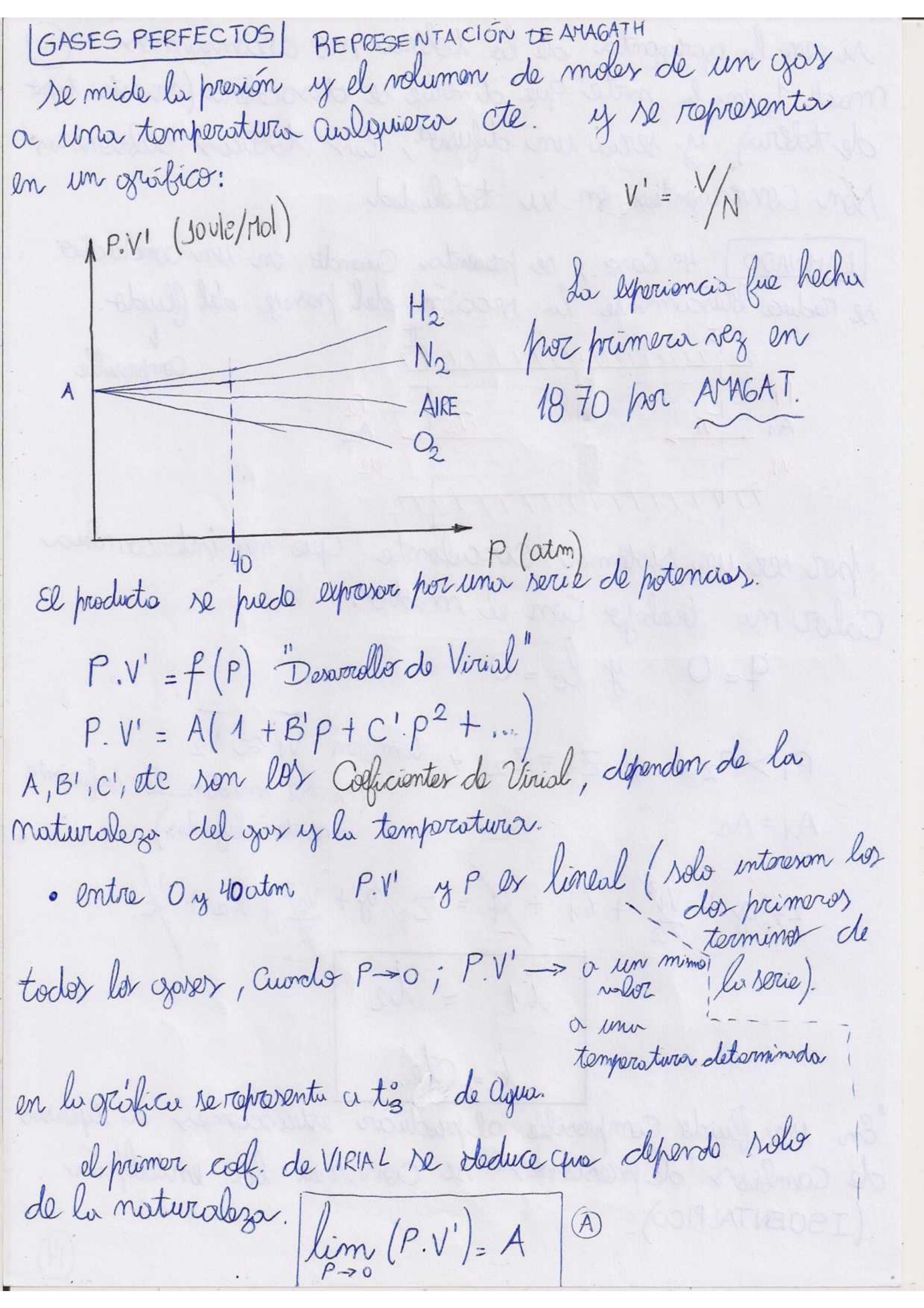
$A_1 = A_2$

$$Z_1 \cdot g + \frac{V_1^2}{2} + i_1 + q = Z_2 \cdot g + \frac{V_2^2}{2} + i_2 + l_c$$

$$i_1 = i_2$$

$$i = cte.$$

"En un fluido compresible al producir estricciones a expensas de cambios de presiones se conserva la entalpía (ISOENTALPICO).



GASES PERFECTOS | REPRESENTACIÓN DE AMAGATH

Se mide la presión y el volumen de moles de un gas a una temperatura cualquiera cte. y se representa en un gráfico:

$V' = V/N$

La experiencia fue hecha por primera vez en 1870 por AMAGAT.

El producto se puede expresar por una serie de potencias.

$P.V' = f(P)$ "Desarrollo de Virial"

$P.V' = A(1 + B'P + C'.P^2 + \dots)$

A, B', C', etc son los Coeficientes de Virial, dependen de la naturaleza del gas y la temperatura.

- entre 0 y 40 atm P.V' y P es lineal (solo interesan los dos primeros terminos de la serie).

todos los gases, cuando $P \to 0$; $P.V' \to$ a un mismo valor a una temperatura determinada

en la gráfica se representa a t_3 de agua.

el primer coef. de VIRIAL se deduce que depende solo de la naturaleza.

$$\lim_{P \to 0} (P.V') = A$$ (A)

Teniendo en cuenta la definición de la escala de temperatura del gas perfecto (utilizamos termometro a volumen cte)

$$\frac{T}{T_3} = \frac{X}{X_3}$$ → PROPIEDAD A CONOCER

$$\frac{T}{T_3} = \frac{P}{P_3} \quad \therefore \quad T = T_3 \left(\frac{P}{P_3} \right) \quad ; \quad T_3 = 276,16\ °K$$

$$T = 276,16 \cdot \lim_{P_3 \to 0} \frac{P}{P_3}$$

MULTIPLICO POR EL VOLUMEN Y DIVIDO POR NUMERO DE MOLES

$$\lim_{P_3 \to 0} \frac{P}{P_3} = \lim_{P_3 \to 0} \frac{P \cdot \frac{V}{N}}{P_3 \frac{V}{N}} = \lim_{P \to 0} (P \cdot V') \Big/ \lim_{P_3 \to 0} (P \cdot V')_3$$

$$\Rightarrow T = 273,16 \frac{\lim_{P \to 0} P \cdot V'}{\lim_{P_3 \to 0} P \cdot V'}$$

$$\lim_{P_3 \to 0} (P \cdot v')_3 = A = 2270\ J/mol$$

$$\Rightarrow \lim_{P \to 0} P \cdot v' = \frac{T}{273,16} \lim_{P_3 \to 0} (P \cdot v')_3$$

$$\lim_{P \to 0} P \cdot v' = \frac{2270\ J/mol}{273,16\ K} \cdot T\,[K]$$

R' Cte Universal de los Gases

$$R' = 8{,}31 \ \frac{Joule}{mol \cdot K}$$

El valor para una molecula se llama Constante de Boltzmann (K)

$$K = \frac{R'}{N_A} = \frac{8{,}31}{6{,}023 \times 10^{23}} = 1{,}38 \times 10^{-23} \ \frac{J}{K}$$

$$\lim_{P \to 0} (P \cdot V') = A = R' \cdot T$$

Se Concluye que la ecuación de estado de los gases perfectos muy bajas presiones, resulta.

$$P \cdot V' = R' T \quad (1)$$

solamente vale para presiones suficientemente bajas puede Considerarse como un gas perfecto.

Si $v' = \frac{V}{N}$

$$\frac{P \cdot V}{N} = R' T$$

$$P \cdot V = N R' T \quad (2)$$

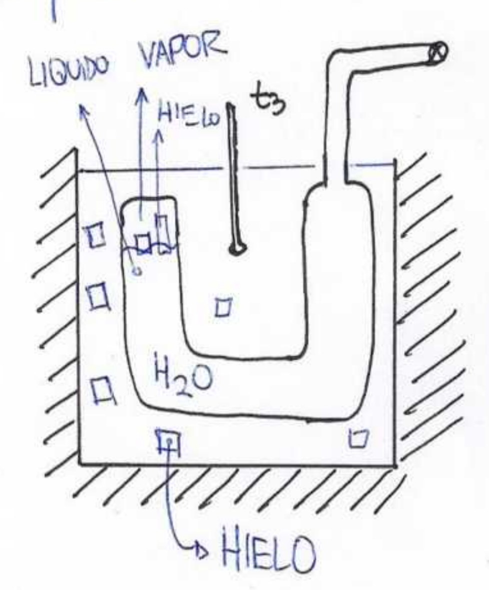
Ej: Conocer la cte. de un Gas

$$M_{CO_2} = 12 + 2 \times 16 = 44 \ g/mol$$

$$R_{CO_2} = \frac{R'}{M_{CO_2}} = \frac{8310 \ \frac{KJ}{Kmol} K}{44 \ Kg/Kmol} = 189 \ KJ/_{Kg} K$$

PUNTO TRIPLE

Coexistencia de las 3 fases del agua cuando la presión tiende a 0, a 0,01 °C (273,16 °K).



T_3, P_3] DATOS OBTENIDOS

EL PRESENTE RESUMEN FUE ESCRITO Y CONFECCIONADO POR LEONARDO A. DESIMONE ; ESTUDIANTE DE ING. AERONAUTICA DE LA FCEFYN

9/12/2019

TEORÍA CINETICA DE LOS GASES

Los gases poseen prop. muy interesantes no compartidos en general por los liquidos y los solidos; los gases no tienen forma y volumen definidos, parecen ser capaces de expandirse indefinidamente; ejercen sobre las paredes de los recipientes presiones muy superiores a las correspondientes a sus propios pesos. Todos los gases tienen aproximadamente los mismos coef. de dilatación y presión.

$$N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ molec/MOL} \quad \text{(NUM. AVOGADRO)}$$

$$V' = 22,42 \text{ m}^3/\text{mol} \quad \text{(VOLUMEN MOLAR)}$$

$$\alpha = 0,00366 \ {}^{1}/_{\text{grad}} = \beta$$

si es $P_0 = 1 \text{atm}$ y $^\circ C$

DEF. GAS PERFECTO se define al gas perfecto desde un punto de vista molecular, cuyas moleculas son esferas elásticas en continuo movimiento.

- Volumen total despreciable respecto al volumen ocupado por el gas.
- No hay fuerzas de atracción o repulsión.
- Choques elasticos (con el recip. y ellas).

algunas relaciones importantes.

$$n = \frac{m}{M}$$ → MASA DEL GAS

M → PESO DE UN KILOMOL

n → Nº MOLES

$$\boxed{M = \mu \cdot N_A}$$ μ: masa de una molécula

N_T = NUM. TOTAL DE MOLECULAS

$$\boxed{N_T = n \cdot N_A}$$

relaciones respecto a la velocidad de las moleculas.

V_i → velocidad instantanea de una molécula.

$\overline{V_i}$ → es la velocidad media de una molecula

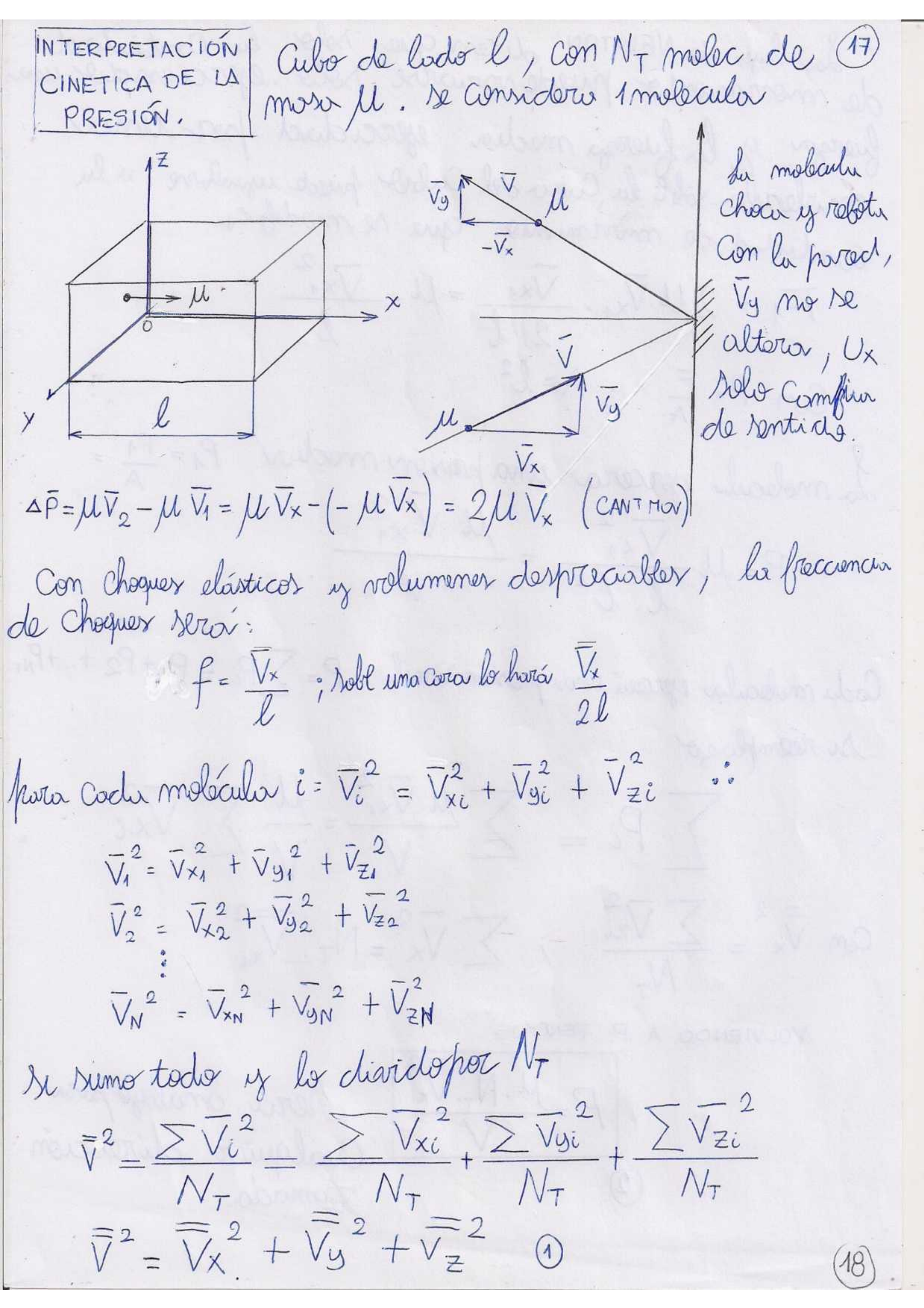
$\overline{\overline{V_i}}$ → es la velocidad media Cuadrática (velocidad media eficaz)

$\overline{V}$ → es la velocidad media de las moléculas

$\overline{\overline{V}}$ → es la velocidad Cuadrática media de las moléculas.

La velocidad Cuadrática media del Conjunto al Cuadrado será.

$$\boxed{\overline{\overline{V}}^2 = \frac{\sum_{1}^{N_T} \overline{V_i}^2}{N_T}}$$



INTERPRETACIÓN CINETICA DE LA PRESIÓN.

Cubo de lado l, con N_T molec de masa μ. se considera 1 molecula

La molecula choca y rebota con la pared, $\bar{V}_y$ no se altera, U_x solo cambia de sentido.

$$\Delta\bar{P} = \mu\bar{V}_2 - \mu\bar{V}_1 = \mu\bar{V}_x - (-\mu\bar{V}_x) = 2\mu\bar{V}_x \quad \text{(CANT MOV)}$$

Con choques elásticos y volumenes despreciables, la frecuencia de choques será:

$$f = \frac{\bar{V}_x}{l} \; ; \text{sobre una cara lo hará } \frac{\bar{V}_x}{2l}$$

para cada molécula i: $\bar{V}_i^2 = \bar{V}_{xi}^2 + \bar{V}_{yi}^2 + \bar{V}_{zi}^2 \;\therefore$

$$\bar{V}_1^2 = \bar{V}_{x_1}^2 + \bar{V}_{y_1}^2 + \bar{V}_{z_1}^2$$
$$\bar{V}_2^2 = \bar{V}_{x_2}^2 + \bar{V}_{y_2}^2 + \bar{V}_{z_2}^2$$
$$\vdots$$
$$\bar{V}_N^2 = \bar{V}_{xN}^2 + \bar{V}_{yN}^2 + \bar{V}_{zN}^2$$

Si sumo todo y lo divido por N_T

$$\bar{\bar{V}}^2 = \frac{\sum \bar{V}_i^2}{N_T} = \frac{\sum \bar{V}_{xi}^2}{N_T} + \frac{\sum \bar{V}_{yi}^2}{N_T} + \frac{\sum \bar{V}_{zi}^2}{N_T}$$

$$\bar{\bar{V}}^2 = \bar{\bar{V}}_x^2 + \bar{\bar{V}}_y^2 + \bar{\bar{V}}_z^2 \quad (1)$$

Las leyes de NEWTON dicen que solo la cantidad de movimiento puede variarse solo ejerciendo una fuerza y la fuerza media ejercida por una molecula sobre la cara del cubo puede igualarse a la cantidad de movimiento que se modifica

$$F_1 = 2\mu \bar{V}_{x_1} \cdot \frac{\bar{V}_{x_1}}{2 . l} = \mu . \frac{\bar{V}_{x_1}^2}{l}$$

Con $P = \frac{F}{A}$ y $A = l^2$

La molecula ejercerá una presión media $P_1 = \frac{F_1}{A}$

$$P = \mu \frac{\bar{V}_{x_1}^2}{l . l^2} = \frac{\mu \bar{V}_{x_1}^2}{V}$$

Cada molecula ejercerá una presión similar $P = \sum P_i = P_1 + P_2 + \ldots + P_{N_T}$

si reemplazo

$$\sum P_i = \sum \frac{\mu \bar{V}_{x_i}^2}{V} = \frac{\mu}{V} \sum \bar{V}_{x_i}^2$$

Con $\bar{\bar{V}}_x^2 = \frac{\sum \bar{V}_{xi}^2}{N_T}$; $\sum \bar{V}_x^2 = N_T . \bar{\bar{V}}_{x_i}^2$

VOLVIENDO A P. TENEMOS

$$\boxed{P = \frac{\mu . N_T . \bar{\bar{V}}_x^2}{V}}$$

(2)

Será analogo para cualquier dirección tomada.

Las direcciones son equivalentes (x, y y z)

$$\bar{\bar{V}}_x^2 = \bar{\bar{V}}_y^2 = \bar{\bar{V}}_z^2$$

$$\bar{\bar{V}}^2 = 3\bar{\bar{V}}_x^2 \quad ; \quad \bar{\bar{V}}_x^2 = \frac{\bar{\bar{V}}^2}{3}$$ se obtiene comparando ley de gases ideales

---

$$P.V = n.R'T$$

Ⓐ EC DE ESTADO

$$P.V = \frac{1}{3} N_T.\mu.\bar{\bar{V}}^2$$

$$\boxed{\frac{1}{3}.N_T.\mu.\bar{\bar{V}}^2 = n.R'.T}$$

relaciona la temperatura con las velocidades de un modo consistente. "Las moleculas se mueven más rapidamente cuando los gases se calientan".

LEY DE DALTON, es explicada por la Teoría de Bernoulli.
de P. parciales

si el gas es una mezcla $\begin{cases} N_1 ; \mu_1 \\ N_2 ; \mu_2 \end{cases}$

$$P.V = \frac{1}{3} \sum N_n.\mu_n.\bar{\bar{V}}_n^2$$

Con presiones parciales

$$P_n = \frac{1}{3}\frac{N_n.\mu_n\bar{\bar{V}}_n^2}{V}$$ luego

$$P.V = \sum P_n.V$$ o sea

$$\boxed{P = \sum P_n}$$ LEY DE DALTON

ENERGÍA CINETICA Y TEMPERATURA

Con $P.V = \frac{1}{3}\mu . N_T . \overline{\overline{V}}^2$; $m = \mu . N_T$ (masa del gas)

$$\boxed{P.V = \frac{1}{3} m . \overline{\overline{V}}^2}$$

La $\overline{E_c}$ media será $\frac{1}{2} m \overline{\overline{V}}^2 = \overline{E_c}$

$$P.V = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2} m \overline{\overline{V}}^2$$

$$P.V = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2} m \overline{\overline{V}}^2\right) = \frac{2}{3}\overline{E_c}$$

luego uno de los resultados de la Teoría Cinética será:

$$\boxed{P = \frac{1}{3}\frac{m}{V} . \overline{\overline{V}}^2}$$

y la ec. fundamental de la teoría cinética

$$\boxed{P.V = \frac{1}{3}\mu . N_T \overline{\overline{V}}^2 = \frac{2}{3}\overline{E_c}}$$

Con la ec. general de estado tenemos

$$P.V = n R' T$$

$$\frac{2}{3}\frac{\mu . N_T . \overline{\overline{V}}^2}{2} = n . R' . T$$

se sabe que $\begin{cases} n = \frac{m}{M} \\ m = \mu . N_T \end{cases}$ $\quad \frac{2}{3}\frac{m . \overline{\overline{V}}^2}{2} = \frac{m}{M} R' . T$

$$\frac{2}{3}\,\frac{M.\bar{\bar{V}}^2}{2} = R'T$$

expresion la cual puede ser escrita como

$$\boxed{\bar{E}_{CM} = \frac{3}{2}.R'.T}$$ energía cinética media al mol

CONSTANTE DE BOLTZMANN Y GRADO DE LIBERTAD

se obtuvo relación cte. entre la E_C de un MOL de gas y su temperatura cualquiera sea el gas.

La energía cinetica molecular media es el indice de la temperatura del gas

energía cinetica media de una molecula
$$\frac{2}{3}\,\frac{\mu.N_T.\bar{\bar{V}}^2}{2} = n.R'.T$$

$N_T = n.N_A$
$$\frac{2}{3}\,\frac{\mu.n.N_A\bar{\bar{V}}^2}{2} = nR'T$$

$$\frac{\mu.\bar{\bar{V}}^2}{2} = \frac{3}{2}\,\frac{R'}{N_A}\,T$$

el primer miembro es la energía cinética media de una molecula de masa μ y resulta ser proporcional a la temperatura

$$\frac{\mu.\bar{\bar{V}}^2}{2} = \frac{3}{2}KT$$

$\frac{R'}{N_A} = K = 1,38\times10^{-10}\ \frac{erg}{°K.\text{Molec.}}$

es la cte de Boltzmann

K permite escribir la ley de los gases ideales en forma molecular.

$N_T = n\, N_A$ y $\frac{N_T}{N_A} = n$ $\quad P.V = nR'T \quad PV = \frac{N_T}{N_A} R'T \quad PV = N_T.K.T$

$$P.V = N_T . KT$$

El gas monoatómico ideal propuesto para desarrollar la teoría Cinética, Comparable a una esferita elástica, posee mecanicamente tres grados de libertad, Correspondientes a los tres movimientos de traslación, independientes entre si, que puede efectuar una molécula según un Sistema ortogonal de Coordenadas (la energía de rotación de una esfera que choca con otra no puede alterarse por efecto del choque porque estos, entre esferas son siempre Centrales).

La energía cinetica media de Cada molecula, esta repartida por igual en Cada grado de libertad.

Cada grado de libertad posee la energía

$$\boxed{\frac{1}{3}\overline{E_c} = \frac{1}{2}KT}$$

TEOREMA DE EQUIPARTICIÓN DE BOLTZMANN

↳ energía Cinetica de traslación de una molecula paralela a uno de los ejes Coordenados en Un MoL de Gas.

$$\frac{1}{3}\overline{E_{CM}} = \frac{1}{2}R'.T \quad y \quad E_{CM} = \frac{3}{2}.R'.T$$

Y, X, Z

si desprecio el spin queda limitado a 3 grados de libertad (X, Y, Z).

INDICE ADIABATICO DE UN GAS

$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ o $\gamma = \frac{C_P'}{C_V'}$ } referidos al mol.

se tiene que:

$P.V = \frac{1}{3} \mu . N_T . \bar{\bar{V}}^2$ si $\mu . N_T = m$

$P.V = \frac{1}{3} m \bar{\bar{V}}^2$ si $m = \frac{n}{M}$

$P.V = \frac{1}{3} n . M \bar{\bar{V}}^2 \Rightarrow \boxed{P.v' = \frac{1}{3} M \bar{\bar{V}}^2}$ ①

en la que $M = N_A . \mu$ y $\bar{\bar{V}}$ velocidad media de las moleculas (velocidad eficaz)

siendo ② $P.v' = R'T$ (comparando 1 y 2)

$\frac{1}{3} M \bar{\bar{V}}^2 = R'T$

$M \bar{\bar{V}}^2 = 3R'T$ multiplico por $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} M \bar{\bar{V}}^2 = \frac{3}{2} R'T$

$\overline{E_{CM}} = \frac{3}{2} R'.T$

$\boxed{\frac{\overline{E_{CM}}}{T} = \frac{3}{2} R'}$

$\frac{\overline{E_{CM}}}{T}$ es la energía referida a 1 mol por grado de temperatura; es decir, será el Calor molar a volumen Constante

$C_V' = \frac{3}{2} R'$ → Calor especifico molar en vol. cte.

Como $R' \simeq 2 \frac{Kcal}{Mol.K} \Rightarrow C_V' \simeq 3 \frac{Kcal}{Mol.K}$

para el Calor específico molar a presión cte se puede utilizar la fórmula de Mayer y obtener:

$$C_p' = C_v' + R'$$

otra relación es el cociente de los calores específicos $\frac{C_p'}{C_v'}$, al que designamos la letra γ y se obtiene experimentalmente.

MONOATOMICO

$N = 3 \begin{cases} \text{TRASLACIÓN} \\ \text{GRADOS DE LIBERTAD.} \end{cases}$

BIATOMICO

TRASLACION

$N = 3 + 2 = 5$

GIROS SOBRE EJES y, Z

TRIATOMICO

TRASLACIÓN

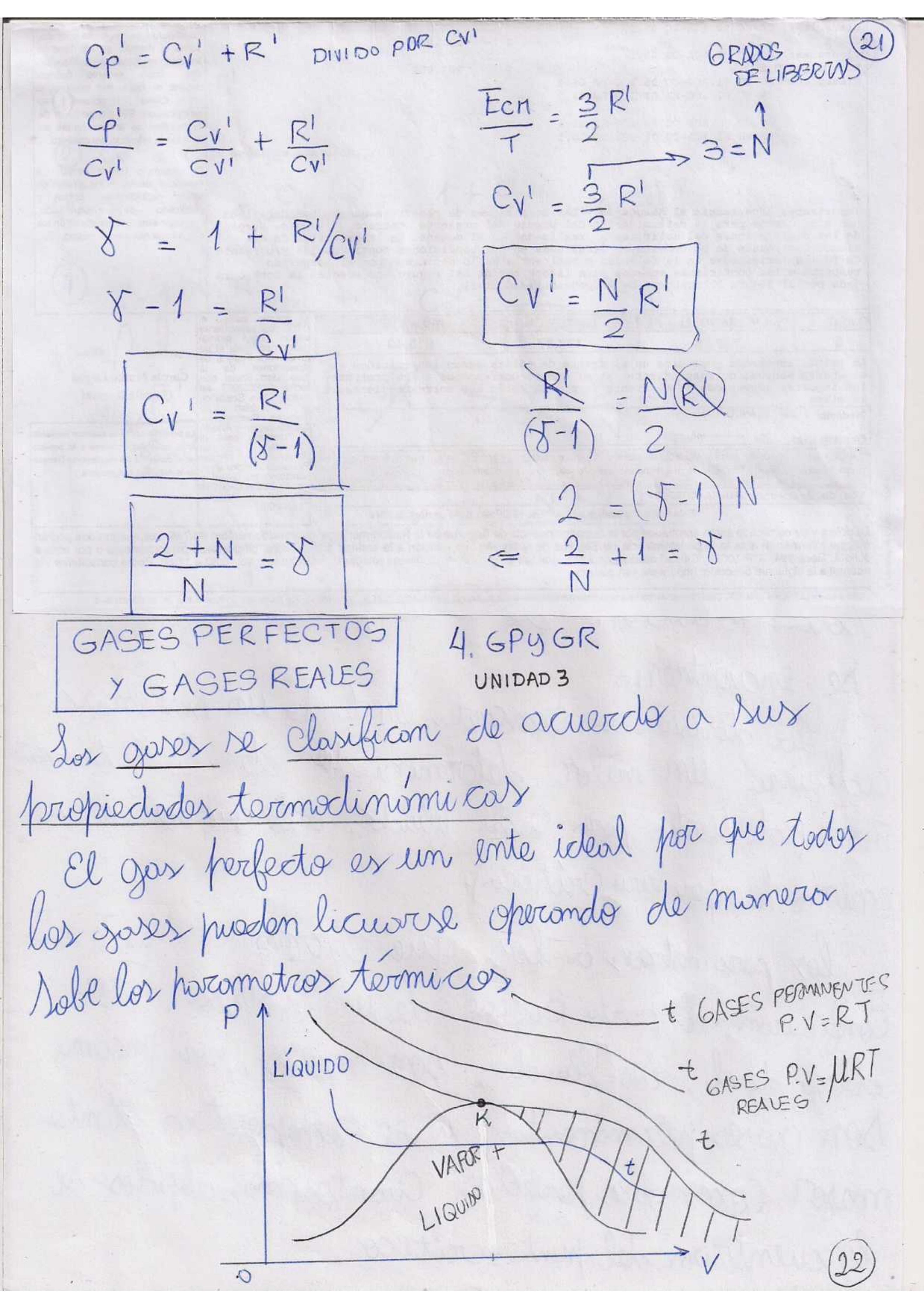
$N = 3 + 3 = 6$

GIRO SOBRE EJES.

si tenemos $C_v' = 3 \frac{Kcal}{mol\,K}$

$$C_p' = C_v' + R' = 3 + 2 = 5 \frac{Kcal}{mol\,K}$$

$$\gamma = \frac{C_p'}{C_v'} = \frac{C_v' + R'}{C_v'} = \frac{3+2}{3} \Rightarrow \boxed{\gamma = \frac{5}{3} = 1{,}67}$$



$Cp' = Cv' + R'$ DIVIDO POR CV'

$$\frac{Cp'}{Cv'} = \frac{Cv'}{Cv'} + \frac{R'}{Cv'}$$

$$\gamma = 1 + R'/Cv'$$

$$\gamma - 1 = \frac{R'}{Cv'}$$

$$Cv' = \frac{R'}{(\gamma - 1)}$$

$$\frac{2 + N}{N} = \gamma$$

GRADOS DE LIBERTAD

$$\frac{\overline{Ecm}}{T} = \frac{3}{2} R'$$

$$3 = N$$

$$Cv' = \frac{3}{2} R'$$

$$Cv' = \frac{N}{2} R'$$

$$\frac{R'}{(\gamma - 1)} = \frac{N}{2} R'$$

$$2 = (\gamma - 1) N$$

$$\Leftarrow \frac{2}{N} + 1 = \gamma$$

GASES PERFECTOS Y GASES REALES

4. GPyGR

UNIDAD 3

Los gases se clasifican de acuerdo a sus propiedades termodinámicas

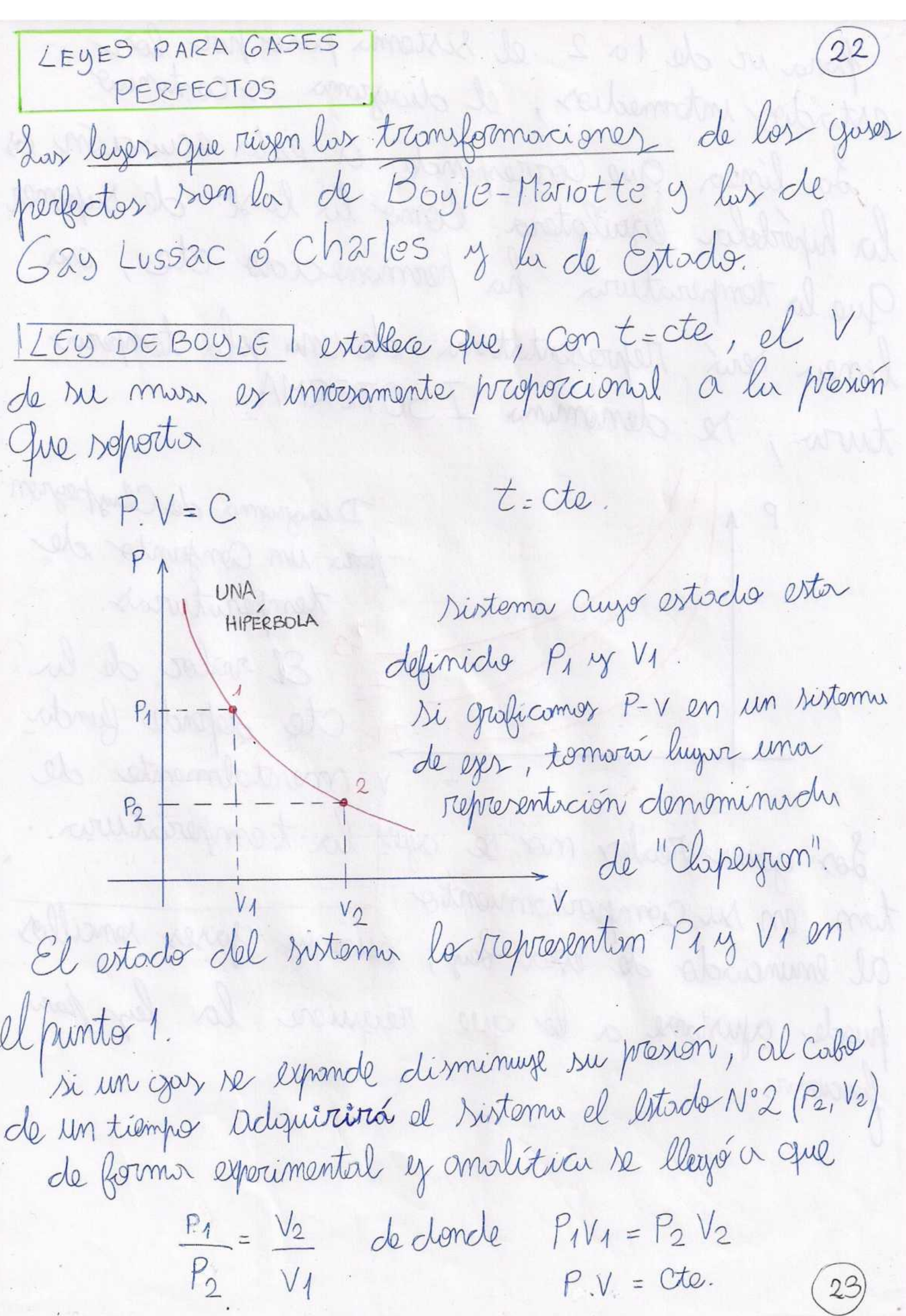
El gas perfecto es un ente ideal por que todos los gases pueden licuarse operando de manera sobre los parametros térmicos

Como gas real o imperfecto a todo aquel que tenga una propiedad que, en alguna medida, difiera de las que caracterizan al gas perfecto, definición que comprende a todos los gases conocidos.

Los gases permanentes son los que no se pueden licuar por la sola variación de la presión a la temperatura que se encuentran, los segundos (vapores) son los que pueden licuar por la sola variación de la temperatura en que se encuentren.

La división se concreta en tanto un sistema adquiera un valor determinado de la temperatura. (distinta para cada fluido, a la que se denomina temperatura crítica).

los parametros a los que corresponde V_c, T_c y P_c configuran el punto crítico de un sistema. Por debajo de el, los fluidos son vapores, por encima son gases permanentes y se comportan tanto mejor como gases perfectos cuanto mas alejados se encuentran del punto crítico.



LEYES PARA GASES PERFECTOS

Las leyes que rigen las transformaciones de los gases perfectos son la de Boyle-Mariotte y las de Gay Lussac ó Charles y la de Estado.

LEY DE BOYLE establece que, con $t = cte$, el V de su masa es inversamente proporcional a la presión que soporta

$P.V = C$ $\qquad t = cte.$

sistema cuyo estado esta definido P_1 y V_1.

Si graficamos P-V en un sistema de ejes, tomará lugar una representación denominada de "Clapeyron".

El estado del sistema lo representan P_1 y V_1 en el punto 1.

Si un gas se expande disminuye su presión, al cabo de un tiempo adquirirá el sistema el estado N°2 (P_2, V_2) de forma experimental y analítica se llegó a que

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1} \quad \text{de donde} \quad P_1V_1 = P_2V_2$$

$$P.V. = cte.$$

para ir de 1 a 2 el sistema paso por los estados intermedios, el diagrama es continuo.

La línea que corresponde a esta ecuación es la hipérbola equilatera. Como la base de suponer que la temperatura ha permanecido cte, esa linea será representativa de una sola temperatura, se denomina ISOTERMA.

Diagrama de Clapeyron para un conjunto de temperaturas.

El valor de la cte depende fundamentalmente de la temperatura.

Los gases reales no se ajustan en su comportamiento al enunciado de esta ley; aunque gases sencillos puede ajustarse a lo que requiere la ley para funcionar.

ρ es la densidad, como la masa de volumen

$$\rho = \frac{1}{v}$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{v_2}{v_1} = cte$$

$$P_1 \cdot v_1 = P_2 \cdot v_2 = cte$$

$$\boxed{\frac{P_1}{\rho_1} = \frac{P_2}{\rho_2} = cte.}$$

al aumentar la presión, el volumen disminuirá, con respecto al volumen inicial, en una magnitud que es función del valor de la presión alcanzada:

$$v_1 = v_0 - f(P_1) \quad ó \quad v_1 = v_0 - K\, v_0 \cdot P_1$$

$$v_2 = v_0 - f(P_2) \qquad v_2 = v_0 - K\, v_0\, P_2$$

siendo K (kappa) el coef. de compresibilidad.

si resto m.a.m.

$$v_2 - v_1 = -K\, v_0 (P_2 - P_1)$$

$$K = -\frac{(v_2 - v_1)}{v_0 \cdot (P_2 - P_1)}$$

$$\boxed{K = -1 \cdot \frac{1}{v_0}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T}$$

Leyes de Charles

1ª Ley de Charles (P= cte): Se admitirá que v_0, es el volumen inicial a 0°C, v_1 el volumen que corresponde a t_1 y v_2 el volumen a la temperatura t_2; produciéndose el calentamiento que determina la dilatación a presión cte.

En consecuencia

$$v_1 = v_0 + v_0 \alpha t_1 = v_0 (1+\alpha t_1) \quad ①$$

RMAM

$$-\; v_2 = v_0 + v_0 \alpha t_2 = v_0 (1+\alpha t_2) \quad ②$$

$$v_2 - v_1 = \alpha v_0 (t_2 - t_1)$$

$$\alpha = \frac{(v_2 - v_1)}{v_0 (t_2 - t_1)}$$

$$\boxed{\alpha = \frac{1}{v_0} \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)_P}$$ Coeficiente de dilatación a presión cte

para un gas perfecto es $\frac{1}{273} = 0{,}00366$

si divido ①/②

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{v_0 (1+\alpha t_1)}{v_0 (1+\alpha t_2)}$$

$$\frac{v_1}{(1+\alpha t_1)} = \frac{v_2}{(1+\alpha t_2)}$$

$$(1+\alpha t) = 1 + \frac{1}{273}(T-273) = \frac{T}{273}$$

$$273 \cdot \frac{v_1}{T_1} = 273 \cdot \frac{v_2}{T_2}$$

$$\frac{v_1}{T_1} = \frac{v_2}{T_2}$$ o lo que es igual a

$$\boxed{\frac{v}{T} = cte.}$$ 1ª Ley de Charles

si la presión permanece constante, el volumen es directamente proporcional a la temperatura absoluta

2ª Ley de Charles ($v = cte$) si P_0 es la presión que corresponde a la temp. 0°C, P_1 la que corresponde a t_1 y P_2 la que corresponde a t_2

$$P_1 = P_0 + P_0 \beta t_1 = P_0(1+\beta t_1)$$

$$P_2 = P_0 + P_0 \beta t_2 = P_0(1+\beta t_2)$$

Restando m.a.m

$$P_2 - P_1 = \beta P_0 (t_2 - t_1)$$

$$\beta = \frac{(P_2 - P_1)}{P_0 (t_2 - t_1)}$$

$$\boxed{\beta = \frac{1}{P_0}\left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)_V}$$ Coef. de aumento de presión.

su valor para un gas perfecto es $\frac{1}{273}$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{P_0 (1+\beta t_1)}{P_0 (1+\beta t_2)} \Rightarrow \frac{P_1}{(1+\beta t_1)} = \frac{P_2}{(1+\beta t_2)}$$

$$1+\beta t = 1 + \frac{1}{273}(T-273) = \frac{T}{273}$$

$$273 \cdot \frac{P_1}{T_1} = 273 \cdot \frac{P_2}{T_2}$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$ de forma general

$$\boxed{\frac{P}{T} = cte}$$ 2ª Ley de Charles.

si el volumen permanece cte la variación de presión es directamente proporcional a la temperatura absoluta.

La primera Ley se puede representar en un diagrama t-V, por una línea recta; la segunda se representará en un diagrama t-P

En ambos casos la cte. es el coeficiente angular

De la gráfica de la Segunda Ley de Charles se deduce que también para t=0 y P=0, la ecuación ①

$$P = P_0(1+\beta t_0) = 0$$

pero $P_0 \neq 0$

$$\Rightarrow 0 = 1 + \beta t_0 \qquad \text{Con } \beta = \frac{1}{273{,}15}$$

$$t_0 = -\frac{1}{\beta} \Rightarrow \boxed{t_0 = -273{,}15\ °C}$$

Cuando "P" tiende a 0, "t" tiende a −273,15 es el equivalente al Cero absoluto.

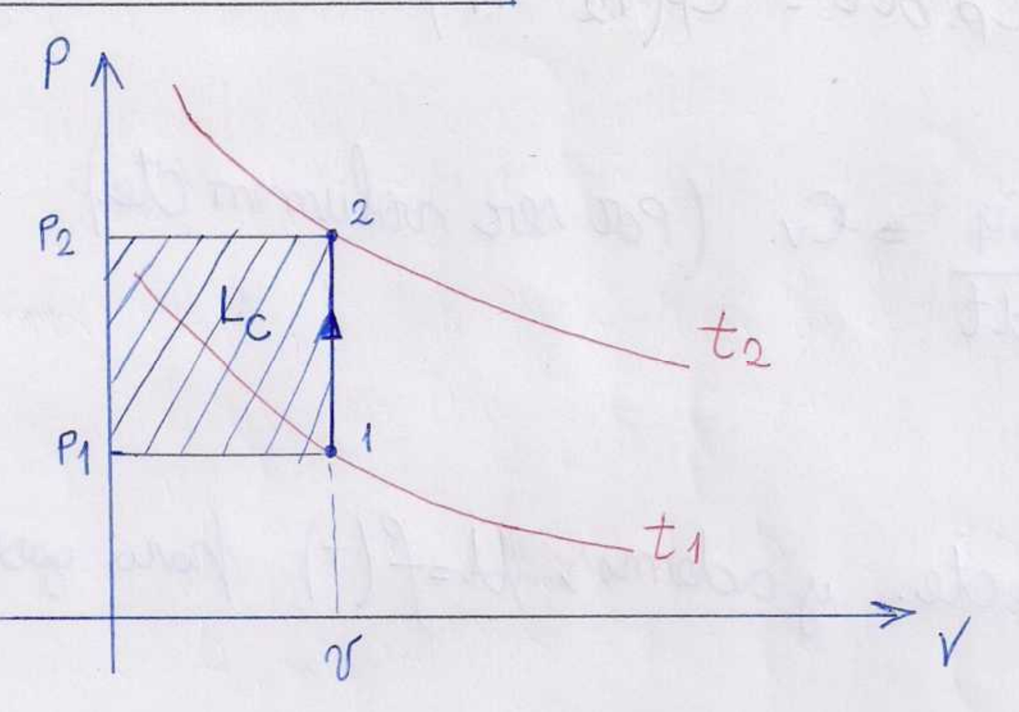
TRANSFORMACIONES (CAP 5) 5. T

se define como transformación a toda evolución experimentada por un sistema que determine la variación de uno o varios parámetros térmicos de forma tal que los valores adquiridos al final de la misma sean distintos a los que el sistema tenía originalmente.

Se analizaron por separado los siguientes elementos:

1. Relacion entre P, V, T $(P \cdot V = R \cdot T)$
2. Trabajo desarrollado l $\left(l = \int_1^2 P \cdot dv \right)$
3. Energía interna Δu $\left(\Delta u = \int_1^2 C_v \cdot dt \right)$
4. Cantidad de calor puesta en juego $q = \Delta u + l$
5. Variación de la función entalpía Δi $\left(\Delta i = \int_1^2 C_p \cdot dt \right)$
6. Calor específico C $\left(C = \dfrac{\delta q}{dt} \right)$

① TRANSF. ISOCORA



Si $v = cte$

Como $P.V = RT$ y $P = f(t)$

1) $$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} \therefore \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} = \frac{P}{T} = cte$$

En el diagrama P-v vendrá representada por una línea vertical.

2) $$l = \int_{v_1}^{v_2} P.dV \Rightarrow \text{si } v = cte \quad dV = 0 \Rightarrow \boxed{l = 0}$$

3) $$\Delta U = \int_{t_1}^{t_2} C_v . dT = C_v \int_{t_1}^{t_2} dT \Rightarrow \boxed{\Delta U = C_v (T_2 - T_1)}$$

4) $$q = \Delta U + \cancel{l}^{=0} \Rightarrow \boxed{q = \Delta U} \quad y \quad \boxed{q = C_v (T_2 - T_1)}$$

Todo el calor puesto en juego se invierte en modificar la energía interna.

⑤ Δi

⑥ $C = \frac{\delta q}{dt} = C_v$ (Por ser volumen cte.)

$\boxed{C = C_v}$

por ser v= cte. y además $U = f(T)$ para gases perfectos.

$C = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$ } 1ª Ec. de Clausius.

para sistemas circulantes

$l_c = -\int_{P_1}^{P_2} v\,dP = -v\int_{P_1}^{P_2} dP = \boxed{-v(P_2 - P_1)}$ negativo por que administramos calor al sistema.

---

② TRANSFORMACIÓN ISOBÁRICA

Con P = cte

Como $P \cdot v = R \cdot T$ y $v = f(T)$

① $\dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{T_1}{T_2} \Longrightarrow \dfrac{V}{T} = cte$ En el diagrama P-v representado por la línea horizontal

② $l = \displaystyle\int_{v_1}^{v_2} P \cdot dv = P \int_{v_1}^{v_2} dv \Longrightarrow$ $\boxed{l = P(v_2 - v_1)}$

$l_c = 0$

El trabajo desarrollado está representado por el area del rectangulo 1, 2, v_2, v_1 de 1 a 2, el sistema realizará trabajo y de 2 a 1 realiza trabajo sobre el sistema.

③ $\Delta u = \int_{T_1}^{T_2} C_v \cdot dT = C_v \int_{T_1}^{T_2} dT \Rightarrow \boxed{\Delta u = C_v (T_2 - T_1)}$

teniendo en cuenta ② y ③

④ $q = \Delta u + l = C_v (T_2 - T_1) + \underbrace{P (v_2 - v_1)}_{P.V = RT}$

$= C_v (T_2 - T_1) + R (T_2 - T_1)$

$= \underbrace{(C_v + R)}_{C_p \text{ por Mayer}} (T_2 - T_1) \Rightarrow \boxed{q = C_p (T_2 - T_1)}$

⑤ $\Delta i = \int_{T_1}^{T_2} C_p \cdot dT = C_p \int_{T_1}^{T_2} dT = \boxed{C_p (T_2 - T_1)}$

de ④ y ⑤

$\boxed{q = \Delta i}$ Todo calor puesto en juego se invierte en modificar su entalpía

⑥ $\boxed{C = C_p}$

---

③ TRANSFORMACIÓN ISOTERMICA

si $T = cte$; la ecuación de estado de los gases perfectos se transforma.

P, P_1, P_2, v_1, v_2, v

$$P \cdot v = cte$$

$$P_1 v_1 = P_2 v_2 = P \cdot v$$

$\Rightarrow$ ① $P = \dfrac{P_1 v_1}{v} = \dfrac{C}{v}$ (cte)

Como $P = \frac{C}{v}$ la línea representativa de la transformación sera una hiperbola equilatera

② $l = \displaystyle\int_{v_1}^{v_2} P \cdot dv$ si $P \cdot v = P_1 \cdot v_1 \Rightarrow P = \dfrac{P_1 \cdot v_1}{v}$

$$l = P_1 v_1 \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = \boxed{P_1 \cdot v_1 \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = R \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)}$$

$\hookrightarrow P_1 v_1 = P_2 \cdot v_2$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$P_1 \cdot v_1 = R \cdot T_1$$

③ $\Delta u = \displaystyle\int_{T_1}^{T_2} C_v \cdot dT$ si $T = cte \Rightarrow dT = 0$

$$\boxed{\Delta u = 0}$$

④ $q = \Delta u + l$ por ③ $\boxed{q = l}$

$$q = P_1 v_1 \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = R \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = P_1 \cdot v_1 \cdot \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = R \cdot T_1 \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$$

Todo el Calor puesto en juego se transformo se transforma en trabajo externo

(5) $\Delta i = \int_{T_1}^{T_2} C_p . dT$ si $T = cte \Rightarrow dT = 0$

$$\boxed{\Delta i = 0}$$

(6) $C = \frac{\delta q}{dT}$ si $dT \to 0 \Rightarrow C \to \infty$

(4) **TRANSFORMACIÓN ADIABATICA**

No hay intercambio de Calor entre el sistema y el medio exterior. Solamente puede recibir o entregar energía en forma de trabajo

$$\delta q = 0 \Rightarrow q = cte.$$

por el 1er principio, al tratarse de un gas perfecto

(1) $\delta q = du + \delta l \Rightarrow du + \delta l = 0$ (2)

si en los gases reales $dU = C_v . dT$ y $\delta l = P . dv$

$$\frac{C_v dT}{RT} + \frac{P dv}{P . v} = 0 \qquad \boxed{\frac{P . dv}{P . v} = \frac{-C_v . dT}{RT}}$$

dividiendo ambos miembros por la ec. de estado

$$\frac{C_v}{R}\frac{dT}{T} + \frac{dv}{v} = 0 \quad (3)$$

Multiplicando por R

$$C_v\frac{dT}{T} + R\frac{dv}{v} = 0 \quad (4)$$

por la ecuación de Mayer $(R = C_p - C_v)$

$$C_v\frac{dT}{T} + (C_p - C_v)\frac{dv}{v} = 0 \quad (5)$$

dividiendo todo por C_v

$$\frac{dT}{T} + \left(\frac{C_p}{C_v} - 1\right)\frac{dv}{v} = 0$$

Como $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ e integrando

$$\int\frac{dT}{T} + (\gamma - 1)\int\frac{dv}{v} = \int 0$$

$$\underline{\ln T + (\gamma - 1)\ln v = cte} \quad (7)$$

por propiedades del logaritmo

$$\boxed{T \cdot v^{(\gamma-1)} = cte} \quad (8)$$

o también, de la ecuación de estado vemos que

$$T = \frac{P.v}{R}$$

$$\frac{P.v}{R} . v^{\gamma-1} = cte \quad ; \text{ como } R = cte$$

$$P.v^{\gamma-1+1} = cte$$

$$\boxed{P.v^{\gamma} = cte.}$$

ECUACIÓN DE POISSON (9)

de (9) ; $P_1 v_1^{\gamma} = P_2 v_2^{\gamma} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma}$

(10) $$\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/\gamma}$$

de (8) $T_1 . v_1^{\gamma-1} = T_2 . v_2^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma-1}$ (11)

Convinando (10) y (11)

$$\boxed{\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

RELACIÓN ENTRE P, v, T
3 parametros térmicos. (12)

En el caso de adiabáticas

$$\delta q = 0 \Rightarrow du + \delta l = 0$$

$$\Rightarrow \delta l = -du$$

relación que pone en evidencia que es un sistema aislado $\delta q = 0$, el trabajo se obtiene a expensas de la energía interna del sistema.

Integrando

$$\int_1^2 \delta l = -\int_1^2 dU$$

$$\Rightarrow l = -(U_2 - U_1) = \boxed{U_1 - U_2}$$

Como para los gases perfectos $U = C_V . T$

$l = C_V (T_1 - T_2)$ si multiplico por $\frac{R}{R}$ y saco factor común T_1.

$$l = \frac{C_V}{R} R . T_1 \left[1 - \frac{T_2}{T_1}\right]$$

segun Mayer $R = C_p - C_V$; dividiendo miembros por C_V ; $\frac{R}{C_V} = \gamma - 1$

$$\boxed{l = \frac{R . T_1}{\gamma - 1}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)} \quad (13)$$

Usando (12) y (13)

$$l = \frac{R.T_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1}\right] \quad 13d$$

$$l = \frac{R.T_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] \quad 13.b$$

El calor específico por ser $\delta q = 0$ será $C = 0$

$$\boxed{C = \frac{\delta q}{dT} = \frac{0}{dT} = 0}$$

Para un sistema circulante, de acuerdo al primer principio:

$$di + \delta l_c = 0 \quad \rightarrow \delta q = 0$$

$$\Rightarrow \delta l_c = -di$$

Integrando

$$\int_1^2 \delta l_c = -\int_1^2 di$$

$$l_c = -(i_2 - i_1) = i_1 - i_2$$

por tratarse de un gas perfecto $i = C_p . T$

$$l_c = C_p (T_1 - T_2)$$

multiplicando por $\frac{R}{R}$ y sacando factor comun T_1

$$l_c = \frac{C_p}{R} \cdot R \cdot T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \quad (14)$$

Por relación de Mayer

$$\frac{C_p}{R} = \frac{C_p}{C_p - C_v} \quad \left(\text{dividiendo y multip. por } C_v \right)$$

$$= \frac{C_p / C_v}{\frac{C_p - C_v}{C_v}} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}$$

reemplazando en (14)

$$l_c = \frac{\gamma \cdot R \cdot T_1}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \quad (15)$$

Utilizando las expresiones (12)

$$l_c = \frac{\gamma \cdot R \cdot T_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\gamma - 1} \right] =$$

$$l_c = \frac{\gamma \cdot R \cdot T_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right] \quad 15\,a,b$$

Comparando (13) y (15)

$$l_c = \gamma . l$$

(5) TRANSFORMACIÓN POLITROPICA

Todas las transformaciones analizadas hasta ahora se las puede considerar como casos particulares de un caso general de transformaciones a las que se denomina politrópica y responden a la ecuación

$$P . v^n = cte$$

Efectivamente si hacemos

- $n = 0 \longrightarrow P = cte \longrightarrow$ ISOBARA
- $n = \infty \longrightarrow P^{1/n} . v = cte \Rightarrow v = cte \longrightarrow$ ISÓCORA
- $n = 1 \longrightarrow P . v = cte \longrightarrow$ ISOTERMA
- $n = \gamma \longrightarrow P . v^{\gamma} = cte \Rightarrow q = cte \longrightarrow$ ADIABATICA

Vale lo usado anteriormente por ser expresión exponencial

(12)

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{n-1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

$$l = \frac{R . T_1}{n-1}\left[1 - \frac{T_2}{T_1}\right] = \frac{R}{n-1}\left(T_1 - T_2\right) = \frac{P_1 v_1 - P_2 . v_2}{n-1}$$

$$\Delta U = \int_{T_1}^{T_2} C_V \, dT = C_V (T_2 - T_1)$$

$$q = \Delta U + l = C_V (T_2 - T_1) + \frac{R}{n-1} (T_1 - T_2)$$

$$q = C_V (T_2 - T_1) - \frac{R}{n-1} (T_2 - T_1)$$

$$q = \left(C_V - \frac{R}{n-1} \right) (T_2 - T_1) \quad (16)$$

Sacando común denominador dentro del parentesis resulta

$$C_V - \frac{R}{n-1} = \frac{C_V . n - C_V - \overbrace{(C_p - C_V)}^{R}}{n-1}$$

$$= \frac{C_V . n - C_V - C_p + C_V}{n-1} = \frac{C_V . n - C_p}{n-1}$$

si $C_p = C_V . \gamma$

$$= \frac{C_V . n - C_V . \gamma}{n-1} = C_V \frac{n - \gamma}{n-1}$$

reemplazando en (16)

$$\boxed{q = C_V . \frac{n - \gamma}{n-1} (T_2 - T_1)}$$

$$\Delta i = \int_{T_1}^{T_2} C_p . dT = C_p (T_2 - T_1)$$

además

$$C = \frac{\delta q}{dT} \Rightarrow \delta q = C \cdot dT$$

$$\boxed{C = C_v \cdot \frac{n-\gamma}{n-1}} \quad (17)$$

De esta última expresión puede obtenerse el valor n en función de magnitudes térmicas $(n = f(c, \gamma))$

Desarrollando (17)

$$c(n-1) = c_v(n-\gamma)$$

$$c \cdot n - c = c_v \cdot n - c_v \cdot \gamma$$

$$c_v \cdot \gamma - c = c_v \cdot n - c \cdot n$$

$$c_v \cdot \frac{c_p}{c_v} - c = n(c_v - c)$$

$$\boxed{n = \frac{c_p - c}{c_v - c}}$$

En la siguiente figura se ven las curvas correspondientes a las transformaciones analizadas

P

$n=\infty$ $(v = cte)$

$n=0$ $(p = cte)$

$n=1$ $(T = cte)$

$n=\gamma$ (ADIABÁTICA)

$n>\gamma$

V

GASES REALES 4.GR

son aquellos que poseen alguna propiedad que en alguna medida, difiere de las que caracterizan al gas perfecto

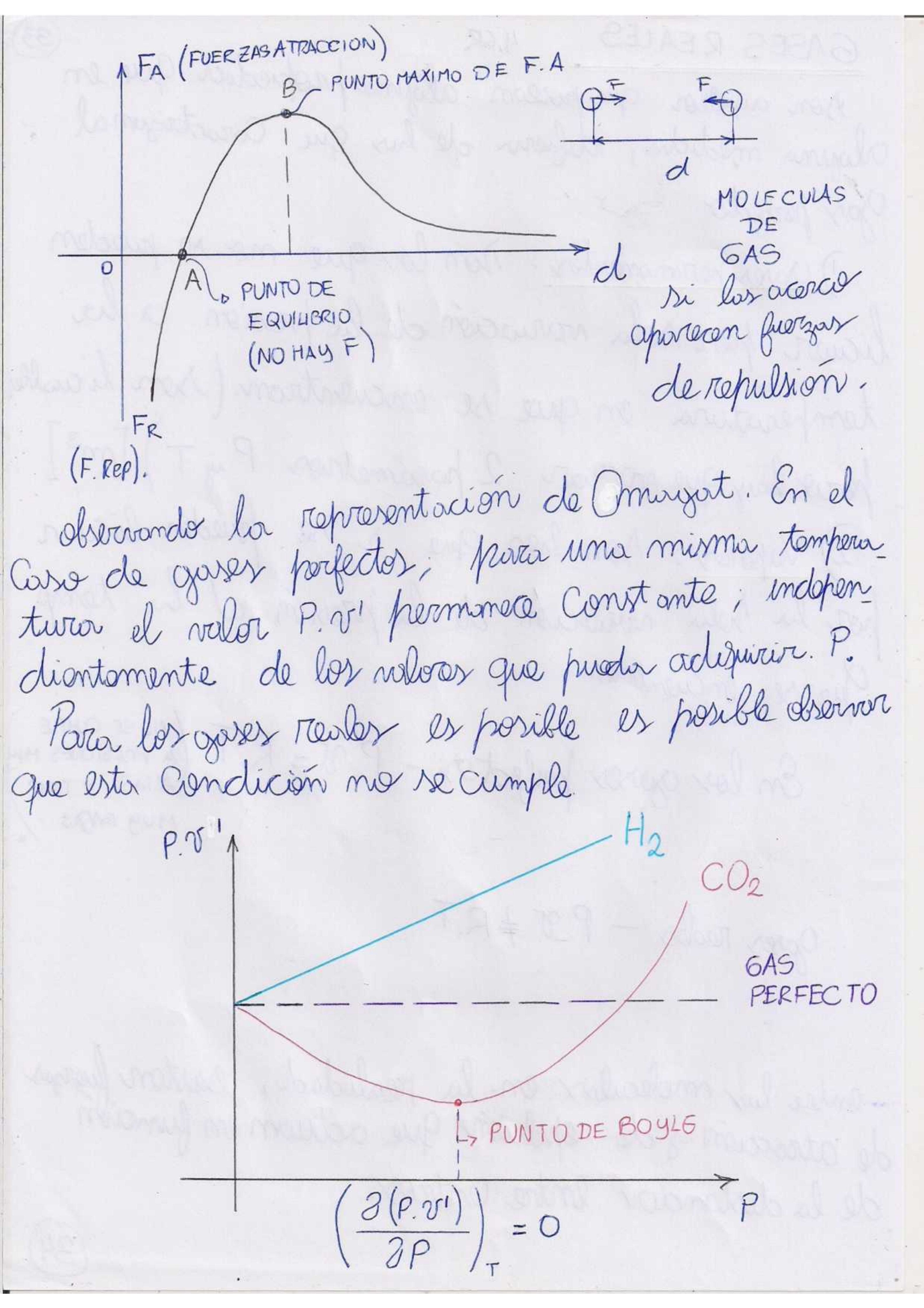
1) Gases permanentes: son los que no se pueden licuar por sola variación de la presión a la temperatura en que se encuentran. (son licuables pero hay que variar 2 parámetros P y T). [m³]

2) Vapores: son los que si se pueden licuar por la sola variación de la presión a la temp. que se encuentran

En los gases perfectos - $P.v = R.T$ (NO SE CUMPLE A PRESIONES MUY ALTAS Y TEMP. MUY BAJAS)

Gases reales - $P.v \neq R.T$

entre las moleculas en la realidad, existen fuerzas de atracción y de repulsión que actuan en función de la distancia entre centros.



si las acerco aparecen fuerzas de repulsión.

observando la representación de Amagat. En el caso de gases perfectos, para una misma temperatura el valor P.v' permanece constante, independientemente de los valores que pueda adquirir. P.

Para los gases reales es posible es posible observar que esta condición no se cumple.

$$\left(\frac{\partial (P.v')}{\partial P}\right)_T = 0$$

ECUACIÓN DE VdW

analizamos la divergencia, buscamos la corrección a la formula de los gases perfectos que la haga aplicable a los reales.

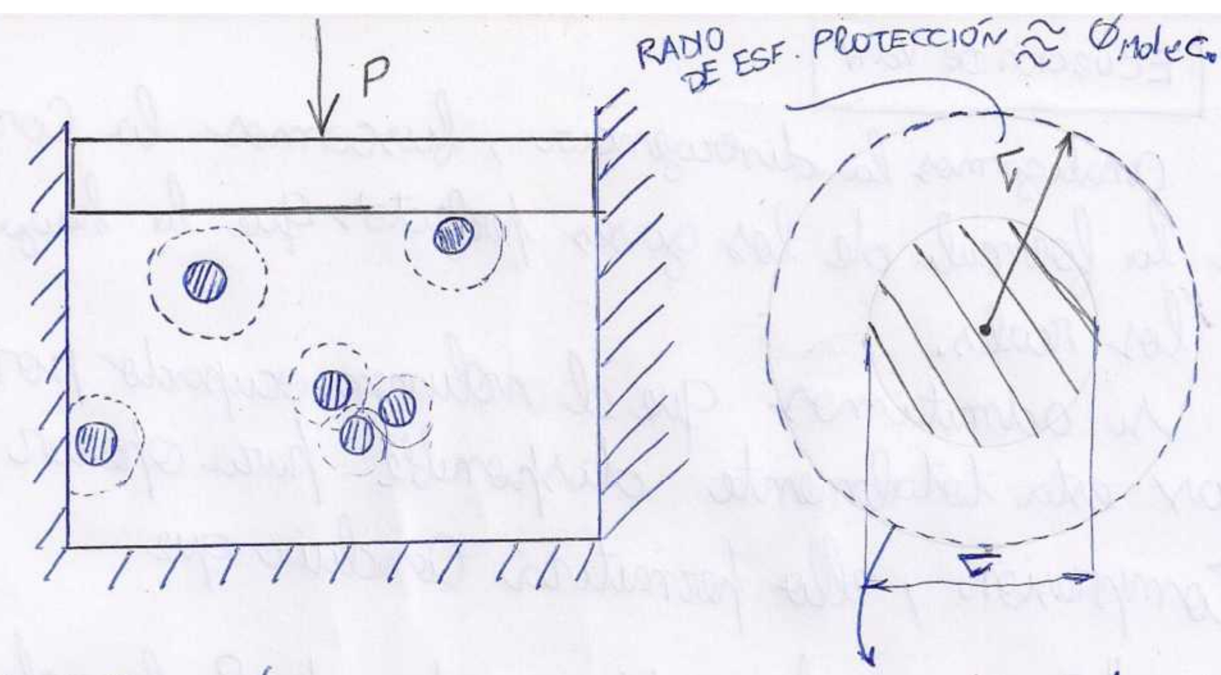
si admitimos que el volumen ocupado por un gas esta totalmente disponible para operar la compresión, ello permitirá concluir que:

"Para un valor determinado de P el volumen podría hacerse igual a 0. Tal caso no es posible. El volumen máximo a que un gas puede ser disminuido V_R, es el volumen del recipiente V menos el volumen de las moleculas

V_m ($V_T = V - V_m$)

Esta disminución no puede realizarse al limite de que las moleculas se toquen; estas poseen una esfera de protección (F_A y F_R) que evitan choques.

El volumen a descontar será el de las esferas de protección. a sustraerse sera solo la mitad del volumen ya que las esferas de proteccion se superponen.



$V_m = \frac{1}{2}\sum\beta$ (β es el vol. de esf. de protección).

$V_r = V - \frac{1}{2}\sum\beta$ siendo $\beta = \frac{4}{3}\pi . r^3$

r es el radio de la esf. de protección, por teoría cinética igual al diametro de la molécula

para 1 MOL

$$V_m = \frac{1}{2} N_A \frac{4}{3}\pi . r^3 = \boxed{\frac{2}{3}\pi . r^3 . N_A}$$ COVOLUMEN "b"

el valor de v en la formula de los gases perfectos debe reemplazarse por $(v - b)$

$$\boxed{P(v - b) = R.T}$$ CORRECCIÓN POR VOLUMEN.

$$V_m = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{\sigma}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \frac{\sigma^3}{8} = \frac{1}{6}\pi\sigma^3$$

$$V_m = \frac{1}{6}\pi \cdot \sigma^3 \cdot N_A \quad \text{(para N moléculas.)}$$

$$\boxed{V_m = \frac{1}{4} b}$$

Vdw supuso además que entre las moléculas del gas existen fuerzas de atracción o repulsión según la distancia d. Las moléculas que se encuentran rodeadas en el interior del recipiente tendrán sus fuerzas equilibradas, las que están en sus bordes del recipiente tendrán parte de su esfera de protección fuera del mismo y por lo tanto no existirá equilibrio como antes; surge la presión termodinámica interna, la cual se debe sumar a la externa.

$$P_i = a\,\delta^2 \quad \text{(debe ser prop. al cuadrado de la densidad)}$$

$$P_i = \frac{a}{v^2} \quad \text{(con vol. específico)}$$

$\therefore$

$$\boxed{P_R = P + \frac{a}{v^2}}$$ este valor se sustituirá

Ⓐ

$$\boxed{\left(p + \frac{a}{v^2}\right)\left(v - b\right) = R \cdot T}$$

PRIMERA EC DE VAN DER WAALS

se puede expresar como

$$P = \frac{R.T}{(v-b)} - \frac{a}{V^2} \quad (1)$$

DESarrollo de (A)

$$\left(P.v - P.b + \frac{a v}{v^2} - \frac{ab}{v^2}\right) = RT \quad (2)$$

$. v^2$

$$P.v^3 - P.b v^2 + a.v - ab = R.T v^2 \quad (3)$$

$$P.v^3 - P.b v^2 + a.v - ab - RT v^2 = 0$$

$$P.v^3 - v^2 (Pb + RT) + a v - ab = 0$$

DIVIDIENDO POR P

$$\boxed{v^3 - v^2\left(b + \frac{RT}{P}\right) + \frac{a}{P} v - \frac{ab}{P} = 0}$$

EC. GEN. DE ESTADO

se busca obtener los valores de a, b y R; existen dos posibilidades, puede tener una raíz real y dos imaginarias ($\Delta > 0$), solo con temperaturas elevadas (gases permanentes), ó tres raíces reales si ($\Delta \leq 0$), es a temp. bajas (gases licuables).

El paso de un tipo de curva a otra debe hacerse a través de una curva que tenga un punto de inflexión, esta se llama isoterma crítica

P
T_{CR}
T. ELEVADAS
CR
P_{cr}
T PEQUEÑAS
V
v_{cr}

Un punto de inflección debe cumplir que sus derivadas

$$\frac{dP}{dv} = 0 \qquad \frac{d^2P}{dv^2} = 0 \qquad (\text{Deriv})$$

Ⓐ $\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v-b) = RT$

① $P = \frac{R.T}{v-b} - \frac{a}{v^2}$

Los valores de los parametros que corresponden a ese estado se pueden determinar recordando que para una curva con punto de inflección se cump. las deriv.

De ①

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T = -\frac{R.T}{(v-b)^2} + \frac{2a}{v^3} \quad ②$$

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial v}\right)_T = \frac{2RT}{(v-b)^3} - \frac{6a}{v^4} \quad ③$$

reemplazo en ①, ② y ③ los parametros criticos e igualando a 0.

$$P_C = \frac{R.T_c}{(v_c - b)} - \frac{a}{v_c^2} \quad (1') \Rightarrow \frac{R\ T_c}{(v_c - b)} = P_c + \frac{a}{v_c^2}$$

$$-\frac{R.T_c}{(v_c - b)^2} + \frac{2a}{v_c^3} = 0 \quad (2')$$

$$\frac{2RT_c}{(v_c - b)^3} - \frac{6a}{v_c^4} = 0 \quad (3')$$

Se constituye un sistema de tres ecuaciones con tres incognitas $(a, b\ y\ R)$.

despejando de (1')

$$\frac{R.T_c}{(v_c - b)} = P_C + \frac{a}{v_c^2} \quad (1'')$$

Reemplazo en (2') y (3')

$$-\left(P_c + \frac{a}{v_c^2}\right)\frac{1}{(v_c - b)} + \frac{2a}{v_c^3} = 0 \quad (2'')$$

$$2\left(P_c + \frac{a}{v_c^2}\right)\frac{1}{(v_c - b)^2} - \frac{6a}{v_c^4} = 0 \quad (3'')$$

Operando sobre (2'') y (3'')

$$\cdot \left(P_c + \frac{a}{v_c^2}\right) \frac{v_c^3}{2a(v_c - b)} = 1 \quad (2''')$$

$$\cdot 2\left(P_c + \frac{a}{v_c^2}\right) \frac{1}{(v_c - b)^2} = \frac{6a}{v_c^4}$$

$$\Rightarrow \left(P_c + \frac{a}{v_c^2}\right) \frac{v_c^3}{2a(v_c - b)} = \frac{3(v_c - b)}{2 v_c} \quad (3''')$$

Igualando los segundos miembros ya que los primeros son iguales de (2''') y (3''').

$$\frac{3(v_c - b)}{2 v_c} = 1$$

$$2 . v_c = 3(v_c - b)$$

$$\hookrightarrow v_c (3-2) = 3b$$

$$v_c = 3b$$

$$\boxed{b = \frac{1}{3} v_c}$$

(B) 1ª cte de VdW

Reemplazando (B) en (2''')

$$\left(P_c + \frac{a}{v_c^2}\right) = \frac{2.a\left(v_c - \frac{v_c}{3}\right)}{v_c^3}$$

$$\left(P_C + \frac{a}{v_c^2}\right) = \frac{2a\,\frac{2}{3}\,\cancel{v_c}}{v_c^{\cancel{3}\,2}}$$

$$P_C + \frac{a}{v_c^2} = \frac{4}{3}\,\frac{a}{v_c^2}$$

$$P_C = \frac{1}{3}\cdot\frac{a}{v_c^2} \quad \therefore \quad \boxed{a = 3P_C\,v_c^2} \quad (C)$$

si reemplazo los valores (B) y (C) de a y b en (1')

$$P_C = \frac{R.T_C}{v_c - \frac{1}{3}v_c} - \frac{3P_C.\cancel{v_c^2}}{\cancel{v_c^2}}$$

$$4P_C = \frac{R.T_C}{\frac{2}{3}v_c} = \frac{3\;R.T_C}{2\;v_c} \Rightarrow \boxed{P_C = \frac{3}{8}\,\frac{R.T_C}{v_c}}$$

$$T_C = \frac{8\,v_c\,P_C}{3\,R}$$

$$T_C = \frac{8}{\cancel{3}}\,\frac{a}{27\cancel{b}}\cdot\frac{\cancel{3b}}{R}$$

$$T_C = \frac{8}{27}\,\frac{a}{Rb}$$

Despejando R

$$\boxed{R = \frac{8.P_C.v_c}{3T_C}} \quad (D)$$

ECUACIÓN DE ESTADO REDUCIDA

Cualquier valor de P, v y T puede expresarse en función de P_C, v_C y T_C.

En efecto:

$$P = P_C \pi \qquad \pi = \frac{P}{P_C}$$

$$v = v_C \beta \qquad \beta = \frac{v}{v_C}$$

$$T = T_C . \theta \qquad \theta = \frac{T}{T_C}$$

se los denomina parametros reducidos.

Si la ecuación de VdW es $P = \frac{R.T}{v-b} - \frac{a}{v^2}$ ①

$$\Rightarrow \left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v-b) = R.T \quad ②$$

introduciendo en ella los parametros reducidos

$$\left(P_C . \pi + \frac{a}{v_C^2 . \beta^2}\right)\left(v_C . \beta - b\right) = R . T_C . \theta \quad ③$$

substituyendo a y b

$$b = \frac{1}{3} v_C \Rightarrow v_C = 3b$$

$$a = 3P_C v_C^2 \Rightarrow P_C = \frac{1}{3}\frac{a}{v_C^2} \Rightarrow P_C = \frac{1}{3}\frac{a}{9b^2}$$

$$P_C = \frac{a}{27b^2}$$

$$T_C = \frac{8}{27}\frac{a}{Rb}$$

se substituye

$$\left(\pi + \frac{3}{\beta^2}\right)(3\beta - 1) = 8\theta$$

Ec. ESTADO REDUCIDA

FACTOR DE COMPRESIBILIDAD

Se puede simplificar la resolucion de los problemas si se dispone de lo que se denomina "DIAGRAMA DE COMPRESIBILIDAD".

$P.V \neq RT$ no se usa

$P.V = \mu RT$ μ reestablece la igualdad

$$\boxed{\mu = \frac{P.V}{RT}}$$

este factor se denomina "factor de Compresibilidad".

si $\mu > 1$ el gas es menos comprosible que el gas ideal.

$\mu < 1$ es mas compresible que el ideal.

μ T1 T2 T3 P

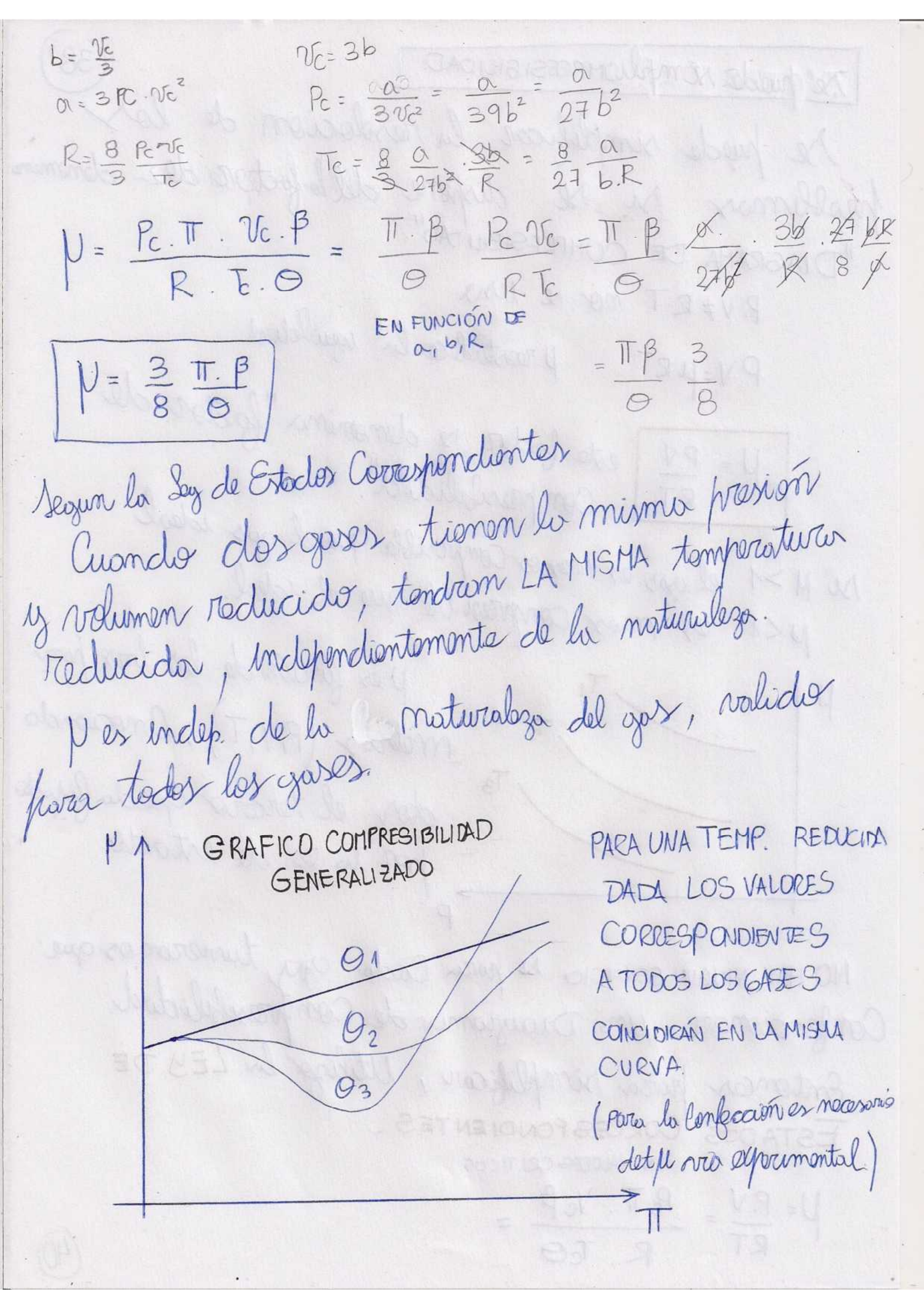
μ es función de los tres parametros (P, V, T); Conociendo dos el tercero queda fijado por la ec. de estado

NO HAY NINGUN BENFICIO si para cada gas, tuvieramos que confeccionar un Diagrama de compresibilidad.

Entonces para simplificar; Utilizo la LEY DE ESTADOS CORRESPONDIENTES.

EN VALORES CRITICOS

$$\mu = \frac{P.V}{RT} = \frac{P_c \pi . V_c \beta}{R . T_c \Theta} =$$



$b = \frac{v_c}{3}$ $\qquad v_c = 3b$

$a = 3 P_c \cdot v_c^2$ $\qquad P_c = \frac{a}{3 v_c^2} = \frac{a}{3 \cdot 9 b^2} = \frac{a}{27 b^2}$

$R = \frac{8}{3} \frac{P_c v_c}{T_c}$ $\qquad T_c = \frac{8}{3} \frac{a}{27 b^2} \cdot \frac{3b}{R} = \frac{8}{27} \frac{a}{b \cdot R}$

$$\mu = \frac{P_c \cdot \pi \cdot v_c \cdot \beta}{R \cdot T_c \cdot \theta} = \frac{\pi \cdot \beta}{\theta} \frac{P_c v_c}{R T_c} = \frac{\pi \cdot \beta}{\theta} \cdot \frac{a}{27 b^2} \cdot \frac{3b}{R} \cdot \frac{27\, bR}{8\, a}$$

$$\boxed{\mu = \frac{3}{8} \frac{\pi \cdot \beta}{\theta}}$$

EN FUNCIÓN DE a, b, R

$$= \frac{\pi \beta}{\theta} \frac{3}{8}$$

Segun la Ley de Estados Correspondientes

Cuando dos gases tienen la misma presión y volumen reducido, tendran LA MISMA temperatura reducida, independientemente de la naturaleza.

μ es indep. de la naturaleza del gas, valido para todos los gases.

PARA UNA TEMP. REDUCIDA DADA LOS VALORES CORRESPONDIENTES A TODOS LOS GASES COINCIDIRÁN EN LA MISMA CURVA.

(Para la confección es necesario det μ vía experimental.)

COMPRESIBILIDAD REDUCIDA

COMP. GENERALIZADO

μ — π — θ_1, θ_2, θ_3

(para una temp. reducida dada; los valores correspondientes a todos los gases coinciden en la misma curva.)

Como el estado de un gas queda definido conocidos dos cualesquiera de los parámetros térmicos, debe existir algún parámetro función del volumen que deberá coincidir para gases diferentes que se encuentran en estados correspondientes.

Para definir dicho parámetro consideramos dos gases en estados correspondientes.

$\mu_1 = \mu_2$; $\pi_1 = \pi_2$ y $\theta_1 = \theta_2$

luego

$$\frac{P_1 . v_1}{R_1 . T_1} = \frac{P_2 . v_2}{R_2 . T_2}$$

pero $P_1 = \pi_1 . P_{c1}$; $P_2 = \pi_2 P_{c2}$; $T_1 = \theta_1 T_{c1}$ y $T_2 = \theta_2 T_{c2}$

reemplazando

$$\frac{\cancel{\pi_1} . P_{c1} . v_1}{R_1 \cancel{\theta_1} T_{c1}} = \frac{\cancel{\pi_2} . P_{c2} . v_2}{R_2 \cancel{\theta_2} . T_{c2}}$$

simplificando

$$\frac{P_{C1} v_1}{R_1 \cdot T_{C1}} = \frac{P_{C2} \cdot v_2}{R_2 \cdot T_{C2}} \Longrightarrow \frac{v_1}{\frac{R_1 T_{C1}}{P_{C1}}} = \frac{v_2}{\frac{R_2 T_{C2}}{P_{C2}}}$$

$\frac{R \cdot T_C}{P_C} = v_{SC}$ siendo v_{SC} el "volumen pseudo crítico" y es el volumen que ocuparía el gas en estado crítico si se comportara como gas ideal.

$$\Longrightarrow \boxed{\frac{v_1}{v_{SC1}} = \frac{v_2}{v_{SC2}}}$$

a $\frac{v}{v_{SC}} = v_{SR}$ se la conoce como VOLUMEN PSEUDO REDUCIDO

$$\Rightarrow \boxed{v_{SR1} = v_{SR2}}$$

Es decir que gases diferentes que están en estados correspondientes ocuparán presión reducida, temperatura reducida y volumen pseudo reducido iguales.

MEZCLA DE GASES (PERFECTOS)

se supone a los componentes en equilibrio termodinámico.

Supongamos tener tres gases perfectos contenidos en un recipiente de volumen V y sea P la presión del conjunto y T su temp. absoluta.

P	V	T
1	2	3

m: masa Kg de la mezcla
m_i: masa en Kg del componente i
n: numero de moles de la mezcla
n_i: numero de moles del componente i

$m = \sum m_i$

$n = \sum n_i$

LEY DE DALTON "En una mezcla de gases, cada uno de ellos ejerce la misma presión que si se encontrase solo todo el volumen."

∴ la presion $P_M = \sum P_i$

aplicando la ec de estado a cada uno de los componentes

$P_1 V = m_1 R' . T$

$P_2 V = m_2 R' . T$ SMAM

$P_3 V = m_3 R' T$

$(P_1 + P_2 + P_3) V = (m_1 + m_2 + m_3) R' T$ o sea

$P_M \cdot V = m_M . R' . T$

si divido

$$\frac{P_1}{P} = \frac{m}{m_1+m_2+m_3} = \frac{m_1}{m} = \frac{m_1}{\sum m_i} = X_1$$

$$\frac{P_1 \cancel{V}}{P \cdot \cancel{V}} = \frac{m_1 . \cancel{R'} \cancel{T}}{m \ \cancel{R'} \ \cancel{T}} = \frac{P_1}{P} = \frac{m_1}{m} = \frac{m_1}{\sum m_i} = X_1$$

a esta relación del numero de moles del componente al numero de moles de la mezcla se llama "FRACCION MOLAR".

$$\boxed{X_i = \frac{m_i}{\sum m_i}} \qquad \sum X_i = 1$$

El C_m de la mezcla es igual a la relación entre la sumatoria de los calores especificos de los componentes por sus resp. masas sobre la m total

$$\boxed{C_m = \frac{\sum C_i \, m_i}{\sum m_i}}$$

aplicando la ec de estado con R particular

$$P_1 V = m_1 R_1 T$$
$$P_2 V = m_2 R_2 T$$
$$P_3 V = m_3 R_3 T$$
$$(P_1+P_2+P_3) V = (m_1 R_1 + m_2 R_2 + m_3 R_3) T$$
$$P . V = m . R_m . T$$

R_m ↳ cte de la mezcla

luego

$$m \cdot R_m = \sum m_i R_i$$

$$R_m = \frac{\sum m_i R_i}{\sum m_i} = \boxed{\frac{\sum m_i R_i}{m}}$$

$$C_{V_M} = \frac{\sum m_i C_{V_i}}{\sum m_i}$$

$$C_{P_M} = \frac{\sum m_i C_{P_i}}{\sum m_i}$$

la cte R de la mezcla será igual a la sumatoria de los productos de los pesos de los componentes por sus respectivos ctes. R_i sobre la m total

M_i es la masa molecular del comp. i y M_m es la masa de la mezcla

$$m = m_1 + m_2 + m_3$$

$$m_i = n_i M_i \quad ; \quad m \cdot M_m = m_1 \cdot M_1 + m_2 M_2 + m_3 M_3$$

$$M_m = \frac{m_1 M_1}{m} + \frac{m_2 M_2}{m} + \frac{m_3 M_3}{m} =$$

$$'' = \frac{m_1}{m} M_1 + \frac{m_2}{m} M_2 + \frac{m_3}{m} M_3$$

$$M_m = X_1 M_1 + X_2 M_2 + X_3 M_3$$

$$\boxed{M_m = \sum X_i M_i}$$

La masa molecular aparente es igual a la sumatoria de las X . M

también $$\boxed{R_{pm} = \frac{R'}{\sum x_i M_i} = \frac{R'}{M_m}}$$

Si entregamos una cantidad de calor ΔQ_1 a 1, ΔQ_2 a 2, ΔQ_3 al 3; elevando ΔT y llamando a C_1, C_2 y C_3 los Ce de los componentes

$$\Delta Q = \Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \Delta Q_3$$

$$\Delta Q_1 = C_1 \cdot m_1 \cdot \Delta T$$
$$\Delta Q_2 = C_2 \, m_2 \, \Delta T$$
$$\Delta Q_3 = C_3 \, m_3 \, \Delta T$$

SMAM

$$\Delta Q = (C_1 m_1 + C_2 m_2 + C_3 m_3) \Delta T$$

$$\Delta Q = C_m \cdot m \cdot \Delta T$$

↳ Calor específico de la Mezcla.

$$g_i = \frac{m_i}{\sum m_i} = \frac{m_i}{m}$$ Porcentaje en masa del Componente i.

Luego $C_m = \sum g_i C_i$

ahora supongo a $T = cte$. separando los comp. de manera ideal y entonces $P = cte$.

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = \sum V_i$$

LEY DE AMAGAT "La suma de los volúmenes parciales de una mezcla de gases es igual al volumen total."

Operando con la ec de estado

$$P. V_1 = m_1 R'. T$$

$$P. V_2 = m_2 R' T$$

S.M.AM.

$$P. V_3 = m_3 . R' . T$$

$$P. (V_1 + V_2 + V_3) = (m_1 + m_2 + m_3) R'. T$$

si divido

$$\frac{V_1}{V} = \frac{m_1}{m} = \frac{m_1}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$\boxed{\frac{V_i}{V} = \frac{m_i}{\sum m_i} = X_i}$$

la fracción X_i molar expresa el porcentaje en volumen correspondiente a ese componente.

$$\boxed{V_i = X_i . V}$$

Volumen parcial del componente i igual al vol. total por su fracción

$$\frac{P_1}{m_1} = \frac{P_2}{m_2} = \frac{P_3}{m_3} \quad y \quad \frac{V_1}{m_1} = \frac{V_2}{m_2} = \frac{V_3}{m_3}$$

En toda mezcla de gases, se cumple lo anterior.

ANALISIS VOLUMETRICO y GRAVIMETRICO.

$$X_i = \frac{m_i}{m} = \frac{\frac{m_1}{M_i}}{\sum \frac{m_i}{M_i}}$$

si divido N y D por $\sum m_i$

$$\frac{m_1}{M_i} . \frac{1}{\sum m_i} = \frac{g_i}{M_i}$$

$$X_i = \frac{\frac{g_i}{M_i}}{\sum \frac{g_i}{M_i}}$$

TAMBIEN

$$g_i = \frac{m_i M_i}{\sum m_i M_i}$$

DIVIDIENDO N y D por $\sum m_i$

$$g_i = \frac{X_i M_i}{M_m}$$

se debe cumplir $\sum X_i = 1$ y $\sum g_i = 1$

MEZCLA DE GASES REALES

Las leyes de Dalton y Amagat no dan resultados acordes a la realidad cuando se aplican a los gases reales. Es mas conveniente usar en este caso el método de Kay.

- $T_{SC} = X_1 T_{C1} + X_2 T_{C2} + X_3 T_{C3} = \sum X_i T_{Ci}$
- $P_{SC} = X_1 . P_{C1} + X_2 P_{C2} + X_3 P_{C3} = \sum X_i P_{Ci}$

Donde :

X_i = fracción molar del componente

T_{Ci} : temperatura critica del componente

P_{Ci} : presión critica del componente.

$$\pi_m = \frac{P}{P_{SC}} \qquad \theta_m = \frac{T}{T_{SC}}$$

EXPONENTE ISOENTROPICO DE UNA MEZCLA DE GASES

$$\gamma = \frac{C_{P_M}}{C_{V_M}}$$

es conveniente vincular su valor con los resultados de teoría cinética de los gases

$C_V' = M.C_V \rightarrow$ Cantidad requerida para aumentar 1°K un mol de gas a V=cte

$$C_V' = \frac{N}{2} . R'$$

(DE TEORIA CINÉTICA)
N: grados de libertad

Por MAYER

$R' = Cp' - Cv'$

$\frac{R'}{Cv'} = \frac{Cp'}{Cv'} - 1$

$\frac{R'}{Cv'} = \gamma - 1$

$\frac{2}{N . R'} . R' = \gamma - 1$

$\frac{2}{N} + 1 = \gamma$

$$\gamma = \frac{2 + N}{N}$$

MASA MOLECULAR EN PROPORSIÓN VOLUMÉTRICA

$$M = \sum X_i M_i$$

Como la fracción molar a volumen cte. es igual a la proporción en volumen se puede obtener el Calor molar C_V', teniendo en cuenta los moles de cada gas.

$$n \cdot C_v' = n_1 \cdot C'_{v_1} + n_2 C'_{v_2} + n_3 C'_{v_3} + \ldots$$

$$C_v' = \frac{n_1}{n} \cdot C'_{v_1} + \frac{n_2}{n} \cdot C'_{v_2} + \ldots = \sum X_i C'_{v_i}$$

$$\boxed{C'_{v_i} = \frac{N_i}{2} \cdot R'}$$

por Mayer

$$C_p' = C_v' + R$$

y $\gamma = \frac{C_p'}{C_v'}$; $R_M = \frac{R'}{M_M}$

también $C_V = \frac{C_v'}{M}$ y $C_P = \frac{C_p'}{M}$

CICLOS 6.C UNIDAD 6

Se denomina ciclo, a un conjunto de transformaciones que puede experimentar un sistema en formas sucesivas.

P, V
1-2 ISOBÁRICA
2-3 ADIABÁTICA
3-4 ISÓCORA

CICLO ABIERTO

P, V
1-2 ISOBÁRICA
2-3 ADIABÁTICA
3-4 ISÓCORA
4-5 ADIABÁTICA
5-1 ISÓCORO

CICLO CERRADO

Para lograr la transformación de calor en trabajo mecánico mediante el empleo de las máquinas térmicas, es necesario hacer describir al sistema una sucesión continua de ciclos.

El ciclo es positivo (el sistema hace trabajo) cuando es descripto en el sistema en el sentido de las agujas del reloj.

Si se efectúan la suma algebraica de los trabajos que corresponden a las distintas transformaciones consideradas por separado, será el realmente efectuado por el ciclo.

$$\delta q = du + \delta l$$

$$\oint \delta q = \oint du + \oint \delta l$$

($\oint du = 0$)

$$\boxed{\sum \delta q = \sum \delta l}$$

F.C

Q_1

M

Q_2

FF

$$L_u = q_1 - |q_2|$$

$$\left.\begin{array}{l} L_{1-2} = \int_1^2 P\,dV \\ L_{2-1} = \int_2^1 P\,dV \end{array}\right\} L = \oint P\,dV$$

RENDIMIENTO TÉRMICO

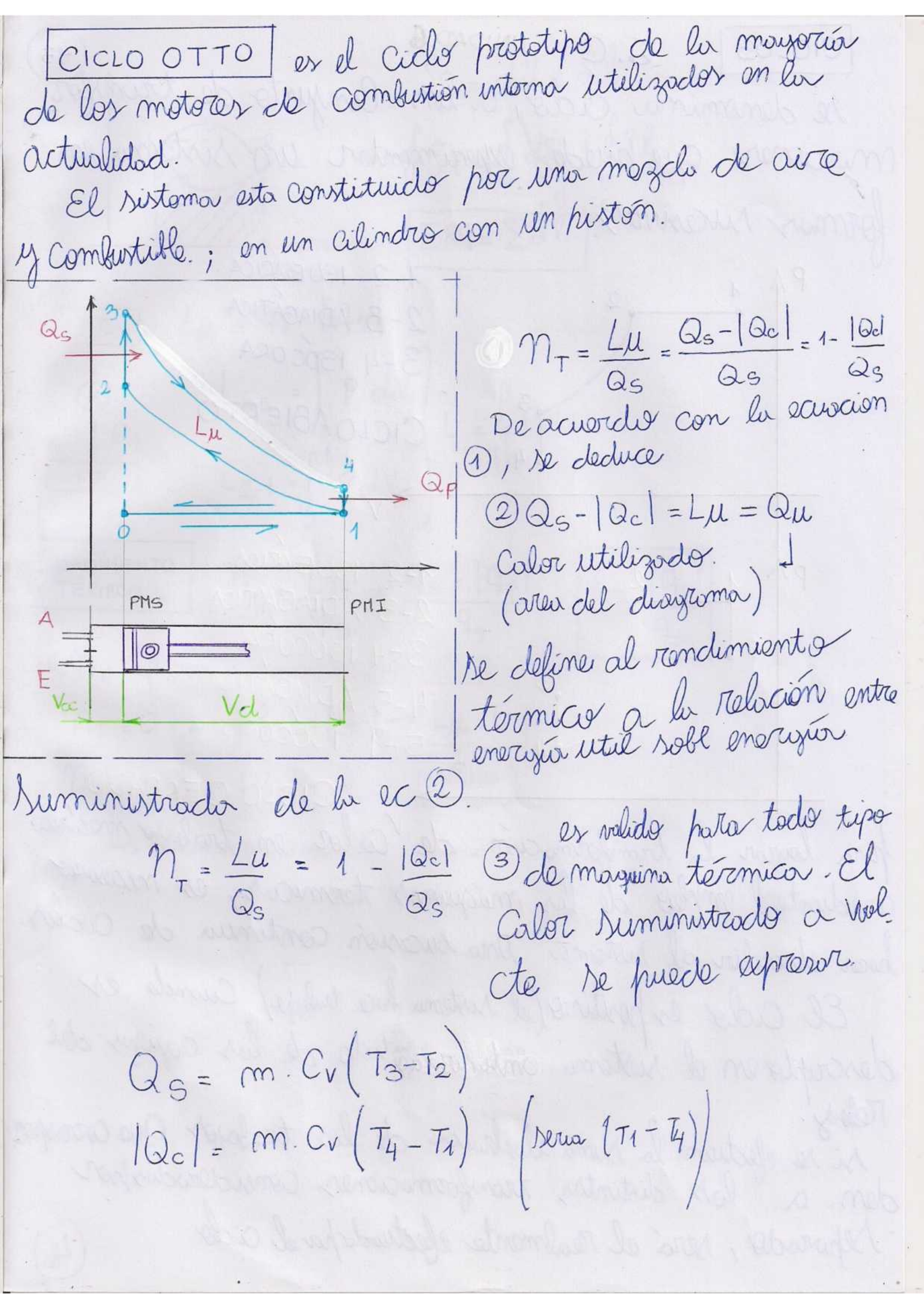
$$\eta_T = \frac{L_u}{q_s} = \frac{q_s - |q_c|}{q_s} = \boxed{1 - \frac{|q_c|}{q_s}}$$

$$0 < \eta_T < 1$$

$\eta_T = 0 \therefore |q_s| = |q_c| \rightarrow \boxed{L_u = 0}$

$\eta_T = 1 \therefore |q_c| = 0 \therefore$ MAQUINA MONOTERMICA

↳ RENDIMIENTO PERFECTO



CICLO OTTO es el ciclo prototipo de la mayoría de los motores de combustión interna utilizados en la actualidad.

El sistema esta constituido por una mezcla de aire y combustible; en un cilindro con un pistón.

$$\eta_T = \frac{L_u}{Q_S} = \frac{Q_S - |Q_c|}{Q_S} = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_S} \quad ①$$

De acuerdo con la ecuacion ①, se deduce

$$② \; Q_S - |Q_c| = L_u = Q_u$$

Calor utilizado. (area del diagrama)

Se define al rendimiento térmico a la relación entre energía util sobre energía suministrada de la ec ②.

$$\eta_T = \frac{L_u}{Q_S} = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_S} \quad ③$$

es valido para todo tipo de maquina térmica. El Calor suministrado a vol. cte se puede expresar.

$$Q_S = m \cdot C_v (T_3 - T_2)$$

$$|Q_c| = m \cdot C_v (T_4 - T_1) \quad \left(\text{seria } (T_1 - T_4)\right)$$

teniendo en cuenta que los calores específicos medios son aproximadamente iguales reemplazando en (3).

$$\eta_T = 1 - \frac{m \cdot c_v (T_4 - T_1)}{m \cdot c_v (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)} \quad (4)$$

Es conveniente expresar el rendimiento térmico en función de la relación de compresión (Δ)

$$\Delta = \frac{v_1}{v_2} \quad (5)$$

Utilizando las siguientes relaciones isoentrópicas

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma-1} = \frac{1}{\Delta^{\gamma-1}} \Rightarrow T_1 = \frac{T_2}{\Delta^{\gamma-1}}$$

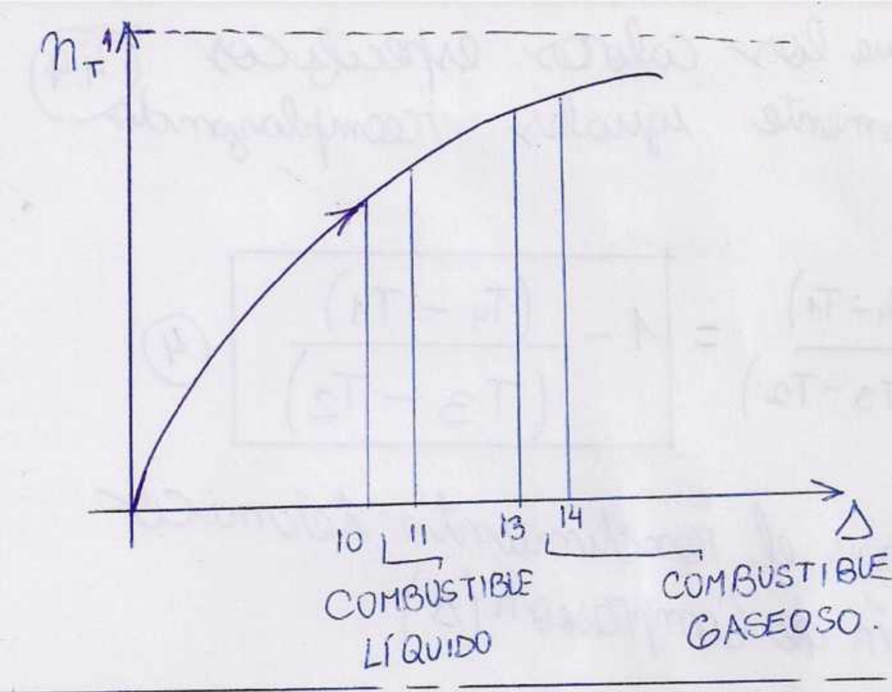
$$\begin{pmatrix} v_3 = v_2 \\ v_4 = v_1 \end{pmatrix}$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma-1} \Longrightarrow T_4 = \frac{T_3}{\Delta^{\gamma-1}}$$

reemplazando en (4)

$$\eta_T = 1 - \frac{\frac{T_3 - T_2}{\Delta^{\gamma-1}}}{T_3 - T_2} \Rightarrow \eta_T = 1 - \frac{1}{\Delta^{\gamma-1}}$$

El rendimiento del ciclo OTTO depende solo de Δ. En los motores a explosión esta relación es de 10 a 11. Su valor esta limitado por la detonación de las naftas. y puede ser un poco mayor en casos especiales.



CICLO DIESEL se caracteriza por que la Combustión tiene lugar por efectos de la elevada temperatura que adquiere la masa de aire que se comprime, no es necesaria una fusión.

- $\Delta = \dfrac{v_1}{v_2}$ (RC)

- $\rho = \dfrac{v_3}{v_2}$ (Relación de inyección)

El trabajo útil igual que en todo ciclo de máquinas será

$$L_u = Q_S - |Q_C|$$

y su rendimiento térmico

$$\eta_T = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_S}$$

; el Calor suministrado Q_S es a presión cte

$$Q_S = m.\, C_p.\left(T_3 - T_2\right)$$

$$|Q_c| = m \cdot C_v (T_4 - T_1)$$

El rendimiento termico resulta

$$\eta_T = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_S} = 1 - \frac{m \cdot C_v (T_4 - T_1)}{m \cdot C_p (T_3 - T_2)}$$

$$\boxed{\eta_T = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{\gamma (T_3 - T_2)}}$$

Las temperaturas se pueden expresar en función de T_1;

- $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1}$

$$\boxed{T_2 = T_1 \cdot \Delta^{\gamma-1}}$$

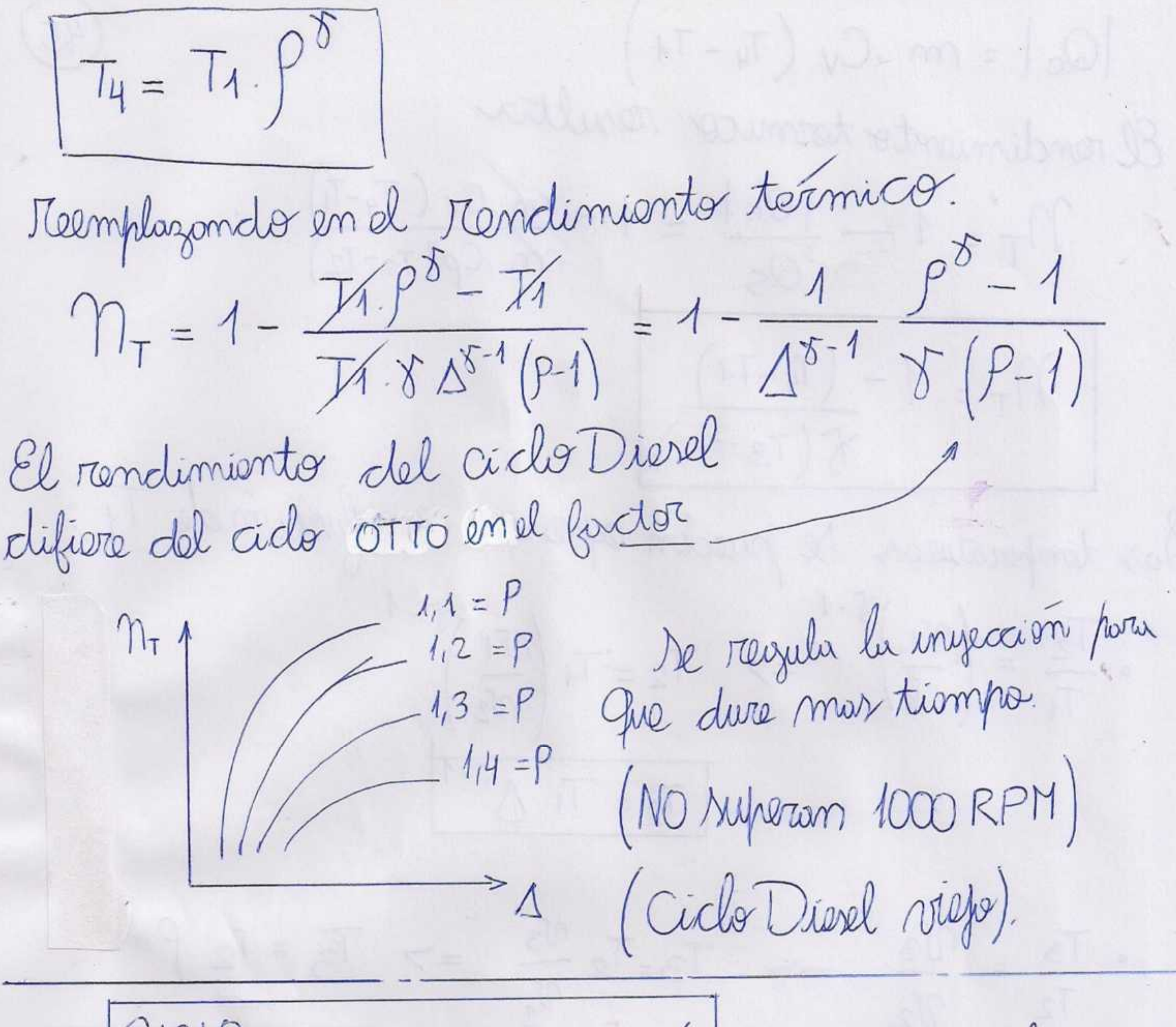
- $\frac{T_3}{T_2} = \frac{v_3}{v_2} \Rightarrow T_3 = T_2 \frac{v_3}{v_2} \Rightarrow T_3 = T_2 \cdot \rho$

$$\Rightarrow \boxed{T_3 = T_1 \Delta^{\gamma-1} \cdot \rho}$$

- $\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow T_4 = T_3 \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^{\gamma-1} = T_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1} \cdot \left(\frac{v_3}{v_2}\right) \left(\frac{v_3}{v_1}\right)^{\gamma-1}$

por construccion $v_4 = v_1$

$$T_4 = \left(\frac{v_3}{v_2}\right)^{\gamma-1} \left(\frac{v_3}{v_2}\right) \Rightarrow T_4 = T_1 \left(\frac{v_3}{v_2}\right)^{\gamma}$$



$$T_4 = T_1 \cdot \rho^{\gamma}$$

Reemplazando en el rendimiento térmico.

$$\eta_T = 1 - \frac{T_1 \cdot \rho^{\gamma} - T_1}{T_1 \cdot \gamma \, \Delta^{\gamma-1} (\rho - 1)} = 1 - \frac{1}{\Delta^{\gamma-1}} \frac{\rho^{\gamma} - 1}{\gamma (\rho - 1)}$$

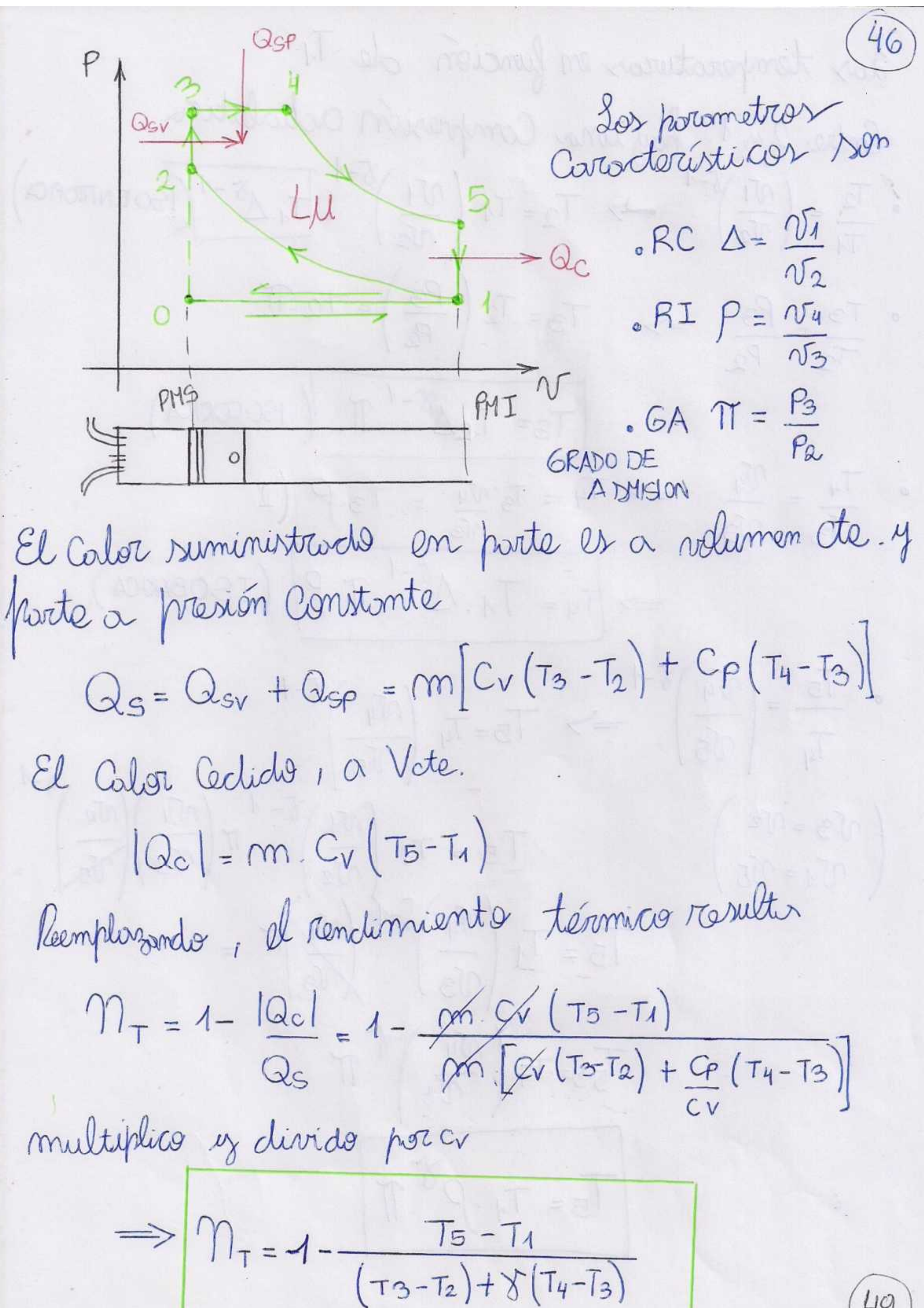
El rendimiento del ciclo Diesel difiere del ciclo OTTO en el factor $\frac{\rho^{\gamma} - 1}{\gamma (\rho - 1)}$

Se regula la inyección para que dure mas tiempo.

(NO superan 1000 RPM)

(Ciclo Diesel viejo).

CICLO SEMIDIESEL Ó SABATHÉ se puede cumplir en los motores de poca velocidad por que asi es posible regular el desplazamiento del pistón con la inyección de combustible de manera de hacer efectuar al sistema la transformación isobárica que caracteriza al ciclo. Pero en los motores de mayor velocidad es necesario introducir parte del combustible en la precámara, antes que el piston llegue a PMS



Los parametros característicos son

- RC $\Delta = \frac{V_1}{V_2}$
- RI $\rho = \frac{V_4}{V_3}$
- GA $\pi = \frac{P_3}{P_2}$

GRADO DE ADMISION

El Calor suministrado en parte es a volumen cte. y parte a presión Constante

$$Q_S = Q_{SV} + Q_{SP} = m\left[C_V(T_3 - T_2) + C_P(T_4 - T_3)\right]$$

El Calor Cedido, a Vcte.

$$|Q_C| = m \cdot C_V (T_5 - T_1)$$

Reemplazando, el rendimiento térmico resulta

$$\eta_T = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_S} = 1 - \frac{m \cdot C_V (T_5 - T_1)}{m\left[C_V(T_3 - T_2) + \frac{C_P}{C_V}(T_4 - T_3)\right]}$$

multiplico y divido por C_V

$$\Longrightarrow \boxed{\eta_T = 1 - \frac{T_5 - T_1}{(T_3 - T_2) + \gamma (T_4 - T_3)}}$$

Los temperaturas en función de T_1

Entre 2 y 1 hay una Compresión adiabática

- $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1} \Longrightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1} = \boxed{T_1 . \Delta^{\gamma-1}}$ (ISOENTROPICA)

- $\frac{T_3}{T_2} = \frac{P_3}{P_2} \Longrightarrow T_3 = T_2 \left(\frac{P_3}{P_2}\right) = T_2 . \pi$

$$\boxed{T_3 = T_1 . \Delta^{\gamma-1} . \pi} \text{ (ISOCORICA)}$$

- $\frac{T_4}{T_3} = \frac{v_4}{v_3} \Longrightarrow T_4 = T_3 \frac{v_4}{v_3} = T_3 \rho$

$$\Longrightarrow \boxed{T_4 = T_1 . \Delta^{\gamma-1} . \pi \, \rho} \text{ (ISOBARICA)}$$

- $\frac{T_5}{T_4} = \left(\frac{v_4}{v_5}\right)^{\gamma-1} \Longrightarrow T_5 = T_4 \left(\frac{v_4}{v_5}\right)^{\gamma-1}$

$\left(\begin{array}{l} v_3 = v_2 \\ v_1 = v_5 \end{array}\right)$

$$T_5 = T_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1} . \pi \left(\frac{v_4}{v_3}\right) \left(\frac{v_4}{v_5}\right)^{\gamma-1}$$

$$T_5 = T_1 \left(\frac{v_4}{v_3}\right)^{\gamma-1} . \left(\frac{v_4}{v_3}\right) \pi =$$

$$T_5 = T_1 \left(\frac{v_4}{v_3}\right)^{\gamma} \pi$$

$$\boxed{T_5 = T_1 . \rho^{\gamma} . \pi}$$

$$\eta_T = 1 - \frac{\not{T_1}\rho^{\gamma}\cdot\pi - \not{T_1}}{(\not{T_1}\cdot\Delta^{\gamma-1}\cdot\pi - \not{T_1}\Delta^{\gamma-1}) + \gamma(\not{T_1}\Delta^{\gamma-1}\pi\rho - \not{T_1}\cdot\Delta^{\gamma-1}\cdot\pi)}$$

$$\boxed{\eta_T = 1 - \frac{1}{\Delta^{\gamma-1}}\,\frac{\rho^{\gamma}\cdot\pi - 1}{(\pi - 1) + \gamma\pi(\rho - 1)}}$$

pueden darse los siguientes casos particulares

- $\rho = 1$ η_T del OTTO
- $\pi = 1$ η_T del DIESEL

CICLO BRAYTON

Los calores suministrados y cedidos son ambos a presión constantes, por lo cual

$$Q_S = m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2)$$

$$|Q_C| = m \cdot C_p (T_4 - T_1)$$

su rendimiento será

$$\eta_T = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_S} = 1 - \frac{m \cdot c_p (T_4 - T_1)}{m \cdot c_p (T_3 - T_2)} \Rightarrow$$

$$\eta_T = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

lo cual corresponde a la misma expresión que la del ciclo Otto, es decir que se verifica

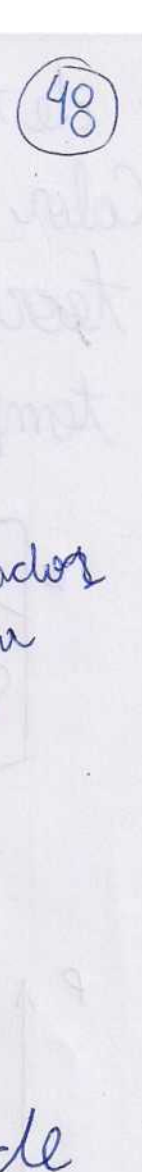
$$\boxed{\eta_T = 1 - \frac{1}{\Delta^{\gamma-1}} \qquad \eta_T = 1 - \frac{1}{\Pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}}$$

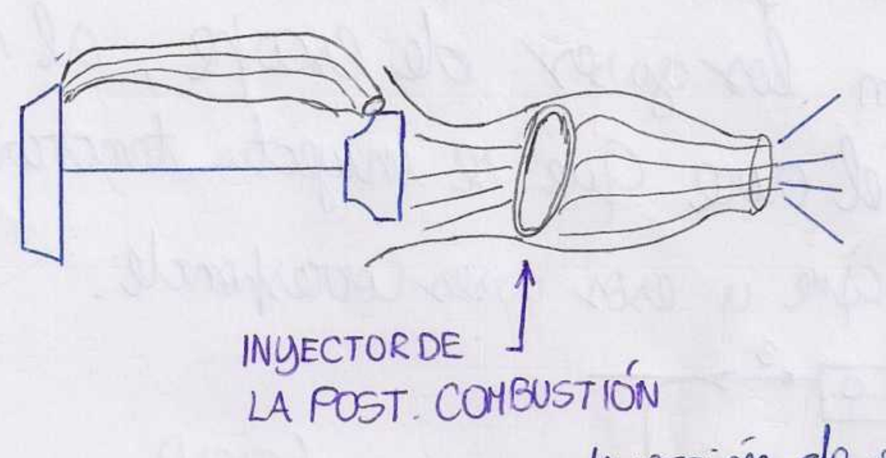
$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow$$

$$\Delta^{\gamma-1} = \Pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

siendo $\Delta = \frac{v_1}{v_2}$ la relación de compresión y $\Pi = \frac{P_2}{P_1}$ relación de presiones.

Se puede hacer aplicaciones aeronáuticas, podemos hacer la POST-COMBUSTIÓN.





Inyección de gases quemados con combustible por una tobera

P

Qs

POST.
COMBUSTIÓN

T_3

V

CICLO BRAYTON REGENERATIVO

puede mejorarse recurriendo al empleo de un proceso llamado "regenerativo".

Como la temperatura T_4 de escape es mayor que T_2 de admisión del aire, los gases de escape que salen del ciclo pueden emplear para calentar el aire ya comprimido en su camino hacia la cámara de combustión.

Si trazamos la isoterma que pasa por el punto 4, ella cortará la expansión a presión constante 2-3 en el punto 5

de tal manera que si es posible aprovechar el calor que llevan los gases de escape, al menos teoricamente el aire que se inyecta tendrá la temperatura que a esos gases corresponde.

(CICLO BRAYTON ESTANDARD)

- C: COMPRESOR ROTATIVO
- R: INTERCAMBIADOR DE CALOR (PARA REGENERACIÓN)
- C.C: CAMARA DE COMBUSTIÓN
- T: TURBINA

el $Q_5 = m \cdot C_p \cdot (T_3 - T_5)$

$$|Q_c| = m \cdot C_p (T_6 - T_1)$$

Su rendimiento térmico será:

$$\eta_T = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_s} = 1 - \frac{m \cdot C_p (T_6 - T_1)}{m \cdot C_p (T_3 - T_5)}$$

si $T_6 = T_2$

$T_5 = T_4$

$$\eta_T = 1 - \frac{(T_6 - T_1)}{(T_3 - T_5)}$$

$$= 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_4} \quad \text{(sacando FC } T_1 \text{ y } T_3\text{)}$$

$$\eta_T = 1 - \frac{T_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)}{T_3\left(1 - \frac{T_4}{T_3}\right)}$$

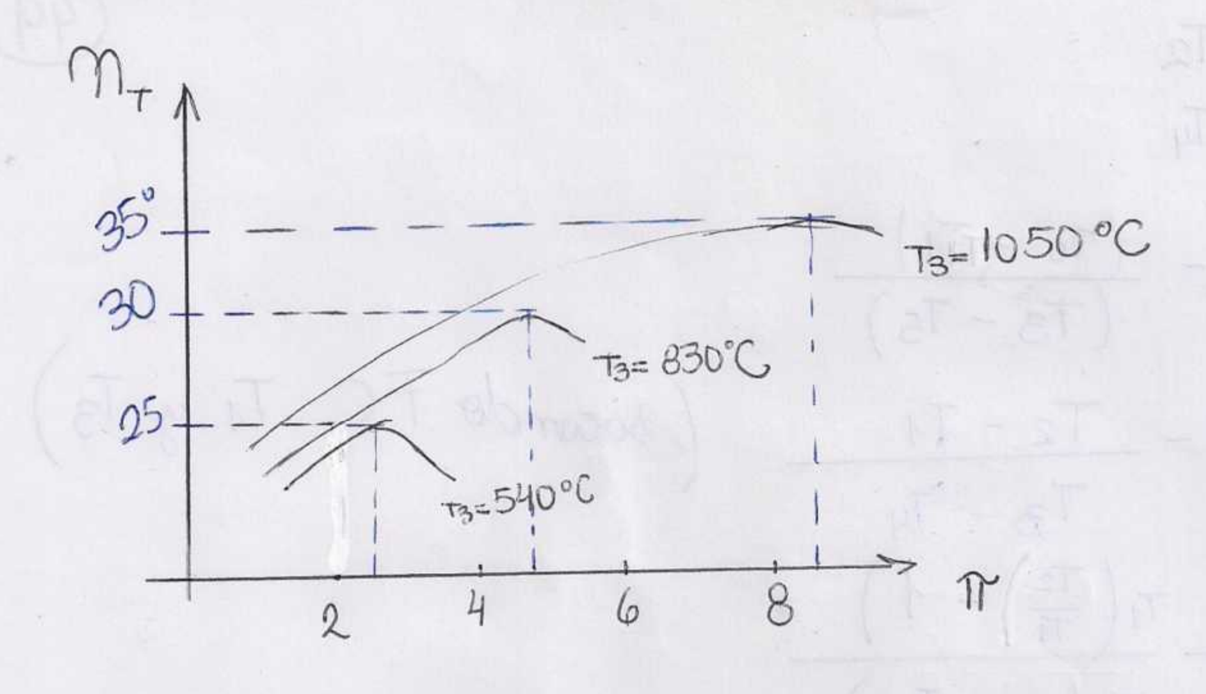
Ⓐ
$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow \frac{T_4}{T_3} = \frac{1}{\pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \pi$$

$$\Rightarrow \eta_T = 1 - \frac{T_1\left(\pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)}{T_3\left(1 - \frac{1}{\pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right)} = 1 - \frac{T_1\left(\pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)}{T_3\left(\frac{\pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right)}$$

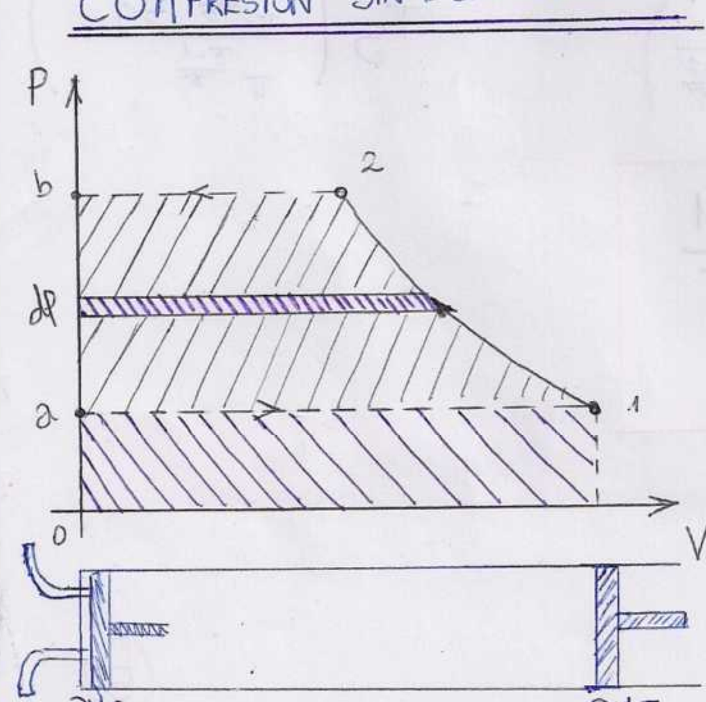
$$\boxed{\eta_T = 1 - \frac{T_1}{T_3}\pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$



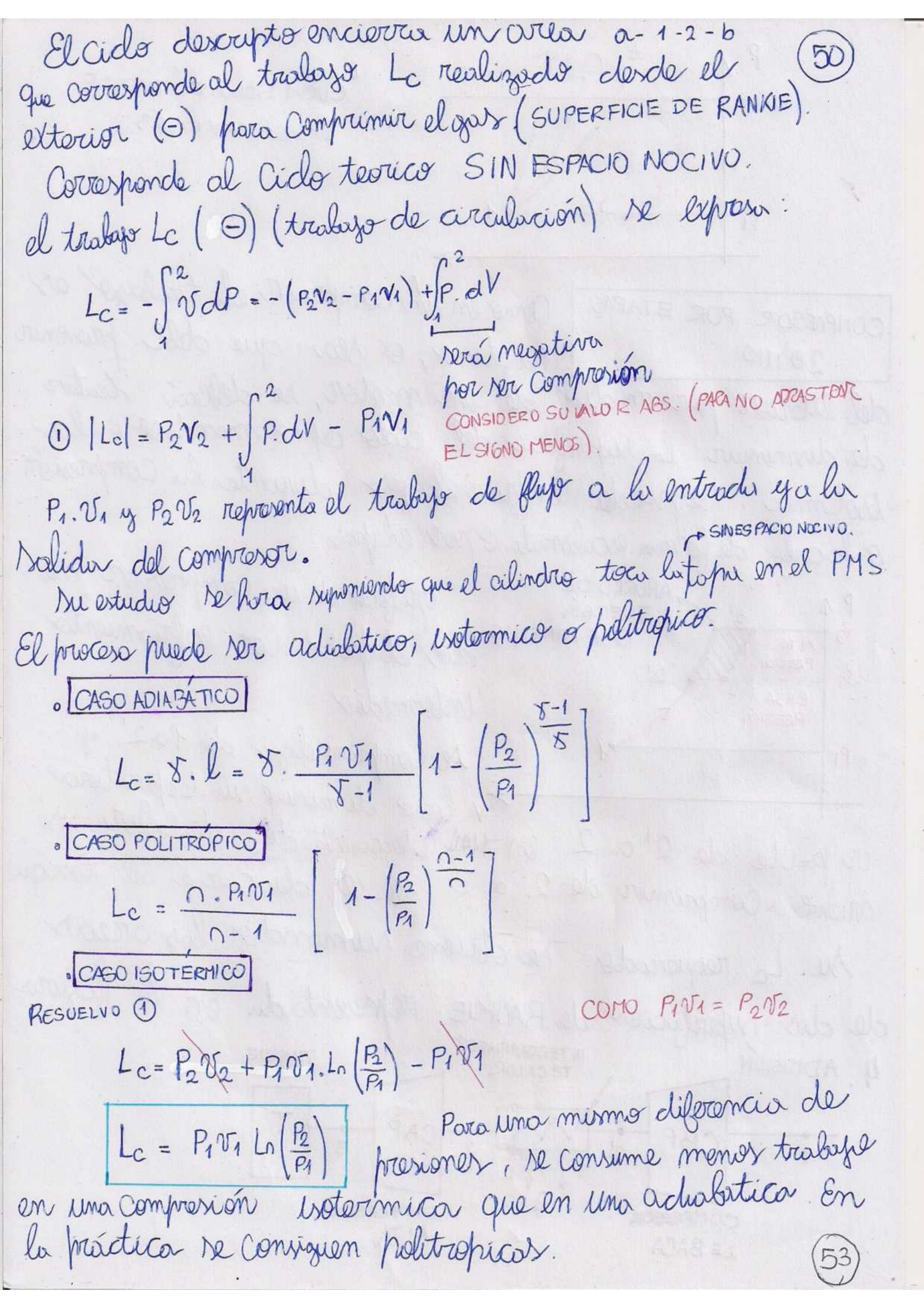
CICLOS DE COMPRESIÓN

se clasifican como ciclos inversos, por que de ellos no se obtiene trabajo útil, sino que es menester suministrar trabajo para conseguir determinado efecto y son utilizados por máquinas operadoras.

COMPRESIÓN SIN ESPACIO NOCIVO



- a-1 admisión (el piston succiona
- 1-2 se comprime de forma politrópica
- 2-b se produce la descarga del gas comprimido.
- b-a Cierre de la valvula de descarga y apertura de la admisión.



El ciclo descripto encierra un area a-1-2-b que corresponde al trabajo L_c realizado desde el exterior (⊖) para comprimir el gas (SUPERFICIE DE RANKIE).

Corresponde al ciclo teorico SIN ESPACIO NOCIVO.

el trabajo L_c (⊖) (trabajo de circulación) se expresa:

$$L_C = -\int_1^2 v\,dP = -(P_2 V_2 - P_1 V_1) + \underbrace{\int_1^2 P.\,dV}_{\text{será negativa por ser compresión}}$$

① $$|L_c| = P_2 V_2 + \int_1^2 P.\,dV - P_1 V_1$$

CONSIDERO SU VALOR ABS. (PARA NO ARRASTRAR EL SIGNO MENOS).

$P_1 . v_1$ y $P_2 v_2$ representa el trabajo de flujo a la entrada y a la salida del compresor.

Su estudio se hara suponiendo que el cilindro toca la tapa en el PMS (SIN ESPACIO NOCIVO).

El proceso puede ser adiabatico, isotermico o politropico.

- CASO ADIABÁTICO

$$L_c = \gamma . l = \gamma . \frac{P_1 v_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]$$

- CASO POLITRÓPICO

$$L_c = \frac{n . P_1 v_1}{n - 1}\left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]$$

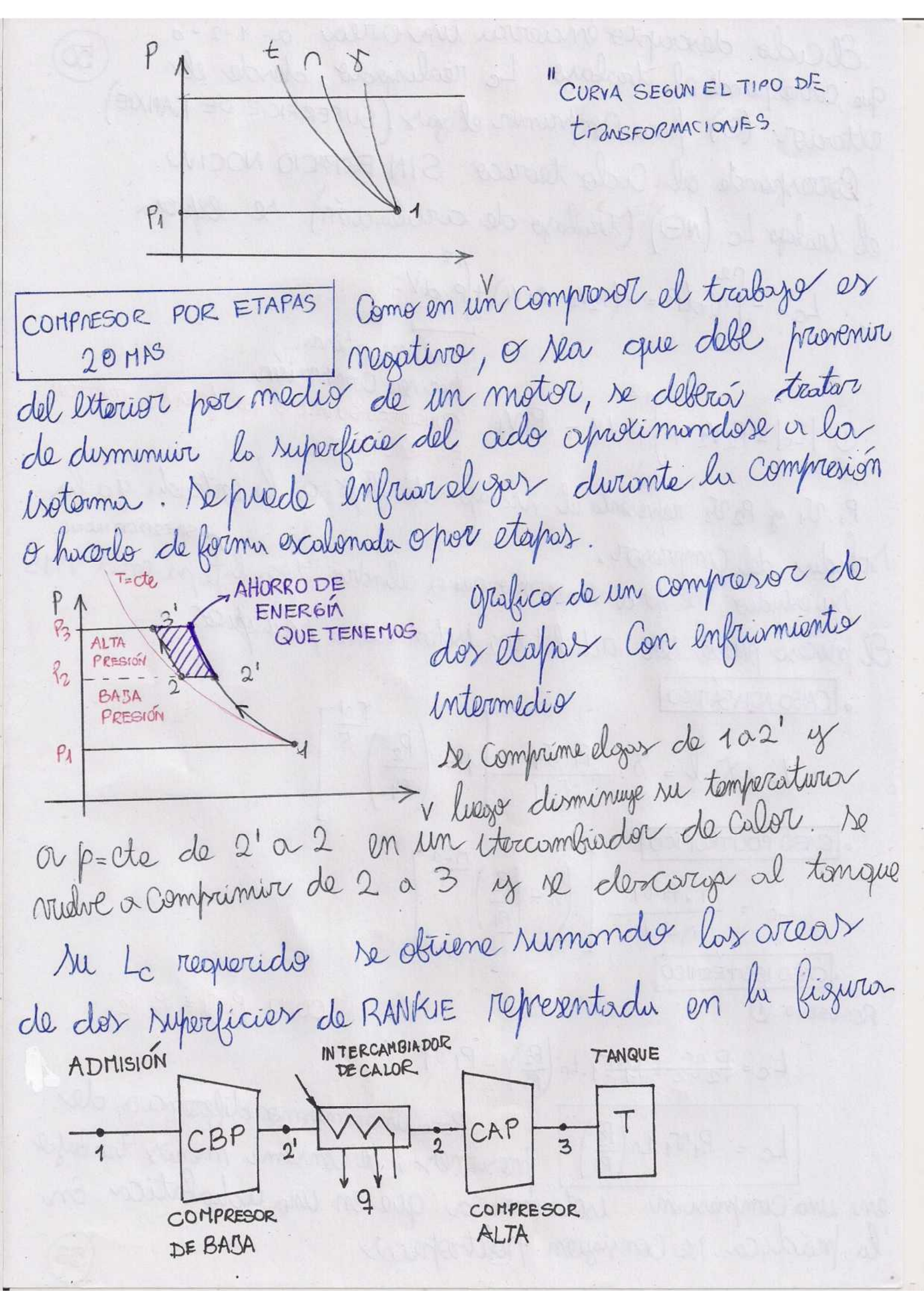
- CASO ISOTERMICO

RESUELVO ① COMO $P_1 v_1 = P_2 v_2$

$$L_c = P_2 v_2 + P_1 v_1 . \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) - P_1 v_1$$

$$L_c = P_1 v_1 \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

Para una misma diferencia de presiones, se consume menos trabajo en una compresión isotermica que en una adiabatica. En la práctica se consiguen politropicas.



COMPRESOR POR ETAPAS
2 O MAS

Como en un compresor el trabajo es negativo, o sea que debe provenir del exterior por medio de un motor, se deberá tratar de disminuir la superficie del ciclo aproximandose a la isoterma. Se puede enfriar el gas durante la compresión o hacerlo de forma escalonada o por etapas.

Gráfico de un compresor de dos etapas con enfriamiento intermedio

Se comprime el gas de 1 a 2' y luego disminuye su temperatura a p=cte de 2' a 2 en un intercambiador de calor. Se vuelve a comprimir de 2 a 3 y se descarga al tanque.

Su L_c requerido se obtiene sumando las areas de dos superficies de RANKIE representada en la figura

(A) $L_{C_2} = \frac{n}{n-1}\left\{ P_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right] + P_2 v_2 \left[1 - \left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]\right\}$

si pongo la Condición de "ENFRIAMIENTO COMPLETO", es decir el estado 2 esta sobre la isoterma que pasa por 1.

$P_1 v_1 = P_2 v_2$; la expresión se simplifica $L_{C_2} = \frac{n}{n-1} P_1 v_1 \left[2 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - \left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]$ (1)

otra Condición se obtiene eligiendo la presion intermedia P_2, de manera tal que el Compresor (Area del ciclo) sea minimo.

$$\frac{dL_{C_2}}{dP_2} = 0 \quad y \quad \frac{d^2 L_C}{dP_2^2} > 0$$

luego haciendo $K = \frac{n-1}{n}$ se deberá Cumplir

$$\frac{d\left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^K + \left(\frac{P_3}{P_2}\right)^K\right]}{dP_2} = 0$$

NOTA:
P_1 aire que encontramos a la entrada.
P_3 por especificación es lo que quiero.

DERIVANDO

$$K\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{K-1} \cdot \frac{1}{P_1} - K\left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{K-1} \frac{P_3}{P_2^2} = 0$$

esta cerca de 3'

DONDE

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{K-1} \cdot \frac{1}{P_1} = \left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{K-1} \frac{P_3}{P_2^2}$$

POR ENFRIAMIENTO COMPLETO

$P_1 v_1 = P_2 v_2 \approx P_3 v_3$

$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_3}{P_2}$ (3)

NOS QUEDA

$$\frac{1}{P_1} = \frac{P_3}{P_2^2} \quad \therefore \quad P_2^2 = P_1 P_3$$

$$\boxed{P_2 = \sqrt{P_1 . P_3}} \quad (2)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_3}{P_2}$$

Es decir que la presión intermedia para la Condición que llamaremos de "máxima eficiencia", es la media geométrica entre la presión de admisión y la descarga.

Para máxima eficiencia las areas de las dos superficies de Rankie de la figura deben ser iguales

El trabajo para un C. de dos etapas Con enfriamiento Completo y máxima eficiencia.

$$L_{C_2} = \frac{2n}{n-1} P_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

LO QUE SUCEDIO FUE

$$L_{C_2} = \frac{n}{n-1} P_1 v_1 \left[2 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - \left(\frac{P_3}{P_2} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

Como $\frac{P_3}{P_2} = \frac{P_2}{P_1}$

$$L_{C_2} = \frac{n}{n-1} P_1 v_1 \left[2 - 2 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

SACO FACTOR COMÚN en [ ]

$$L_{C_2} = \frac{n}{n-1} P_1 v_1 \left[2 \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right) \right]$$

$$\boxed{L_{C_2} = \frac{2n}{n-1} P_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]}$$

si se quiere expresar el trabajo en función de la relación entre las presiones máxima y mínima, se puede reemplazar:

$$\frac{P_3 \text{ — PRESIÓN DE DESCARGA}}{P_1 \text{ — PRESIÓN DE ADMISIÓN}} = \frac{P_3}{P_2} \cdot \frac{P_2}{P_1} \quad \text{pero} \quad \frac{P_3}{P_2} = \frac{P_2}{P_1}$$

$$\Rightarrow \frac{P_3}{P_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 \quad \text{o sea} \quad \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{P_3}{P_1}\right)^{1/2}$$

se deduce

$$L_{c_2} = \frac{2n}{n-1} P_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{P_3}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{2n}}\right]$$

para un numero i de etapas, llamando P_d a la presión máxima o de descarga

$$L_{c_i} = \frac{in}{n-1} P_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{P_d}{P_i}\right)^{\frac{n-1}{in}}\right]$$

EJEMPLO: Determinar presiones intermedias en un compresor de 3 etapas en función de la de aspiración y la de descarga P_4.

Como las superficies son iguales se cumple la siguiente igualdad entre presiones $L_{c_1} = L_{c_2} = L_{c_3}$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_3}{P_2} = \frac{P_4}{P_3}$$ (Por Hip. de Enfriamiento Completo)

$P_1 v_1 = P_2 v_2 = P_3 v_3 = P_4 v_4$

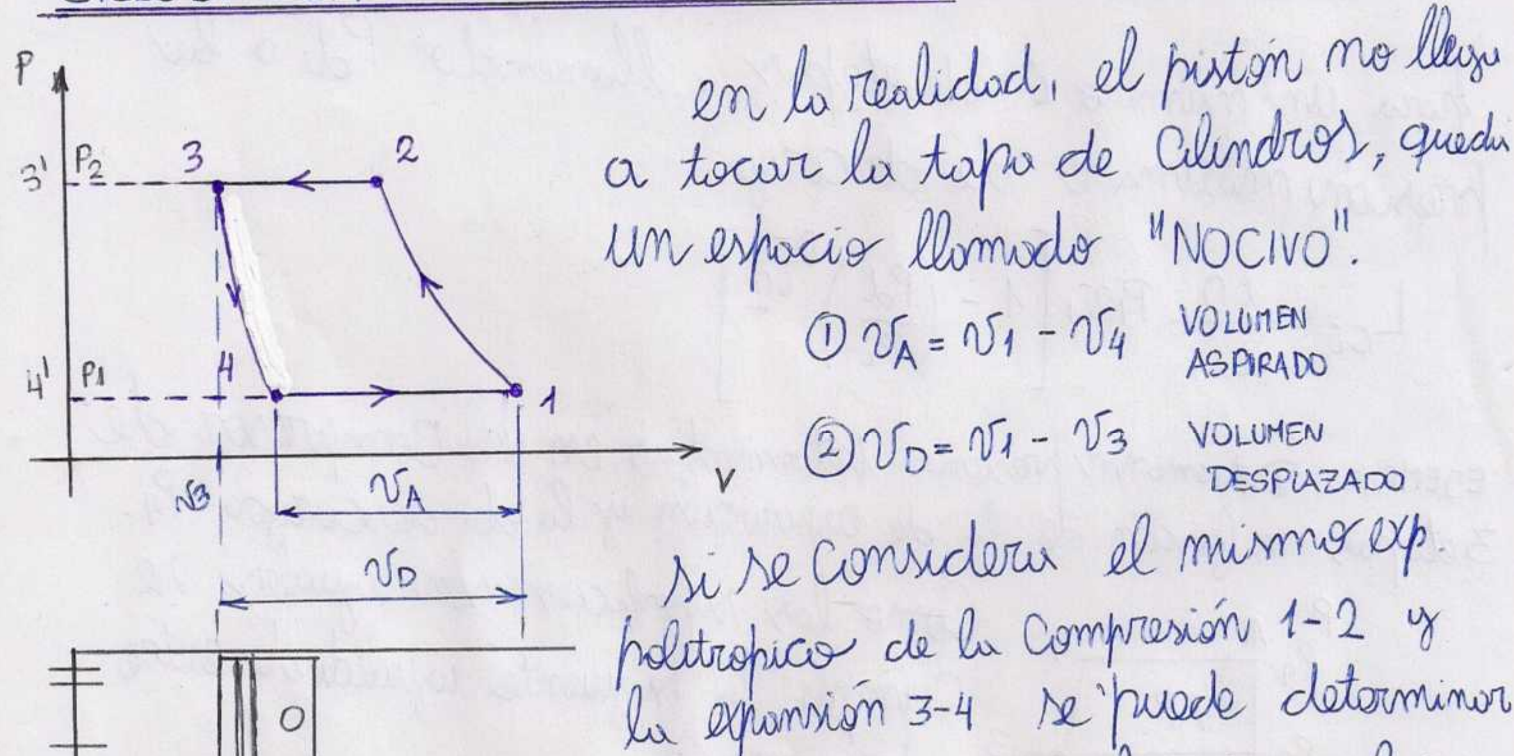
$$\frac{P_4}{P_1} = \frac{P_4}{P_3} \cdot \frac{P_3}{P_2} \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^3 \rightarrow P_2 = P_1 \cdot \sqrt[3]{\frac{P_4}{P_1}}$$

por lo que $\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{P_4}{P_1}\right)^{1/3} \Rightarrow \boxed{P_2 = \sqrt[3]{P_1^2 P_4}}$

$$\frac{P_3}{P_4} = \left(\frac{P_1}{P_4}\right)^{1/3} \Rightarrow P_3 = P_4 \sqrt[3]{\frac{P_1}{P_4}} \Rightarrow P_3 = \sqrt[3]{P_4^2 P_1}$$

En los dos Casos son las medias geométricas, en P_2 tiene mas peso P_1 por que esta mas cerca de la entrada, y en el otro Caso lo Contrario.

CICLO DE COMPRESIÓN CON ESPACIO NOCIVO



en la realidad, el pistón no llega a tocar la tapa de Cilindros, queda un espacio llamado "NOCIVO".

① $v_A = v_1 - v_4$ VOLUMEN ASPIRADO

② $v_D = v_1 - v_3$ VOLUMEN DESPLAZADO

si se Considera el mismo exp. politropico de la Compresión 1-2 y la expansión 3-4 se puede determinar el trabajo del ciclo Como las diferencia de los areas 4'123' y 4'433', es decir;

$$③\ L_C = \frac{n}{n-1}\left\{ P_1 v_1 \left[1-\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right] - P_1 v_4 \left[1-\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]\right\}$$ (53)

$$L_C = \frac{n}{n-1} P_1 \left\{ \underbrace{(v_1 - v_4)}_{v_A} \left[1-\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]\right.$$

$$\Rightarrow L_C = \frac{n}{n-1} P_1 v_A \left[1-\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]$$

se llama "relación de espacio nocivo" ε al cociente entre el volumen de espacio nocivo y el desplazado por el pistón.

$$\varepsilon = \frac{v_3}{v_D} = \frac{v_3}{v_1 - v_3} \Rightarrow \boxed{v_3 = \varepsilon v_D}$$ ④

η_v sera el rendimiento volumetrico a la relación entre el volumen aspirado y el desplazado.

$$\eta_v = \frac{v_A}{v_D} = \frac{v_1 - v_4}{v_1 - v_3} = \boxed{\frac{v_1 - v_4}{v_D}}$$ ⑤

para un determinado espacio nocivo el rendimiento volumetrico disminuye al aumentar la relación de presiónes del compresor (expresarlo en func. $\frac{P_2}{P_1}$); se puede reemplazar

$$v_1 = v_D + v_3 = v_D + \varepsilon v_D \Rightarrow v_1 = v_D(1+\varepsilon)$$

reemplazando en ⑤

$$\eta_V = \frac{v_D(1+\varepsilon) - v_4}{v_D} = 1 + \varepsilon - \frac{v_4}{v_D} \quad (6)$$

Teniendo en cuenta que

$$\frac{v_4}{v_3} = \frac{v_4}{\varepsilon v_D} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/n} \qquad \begin{pmatrix} P_2 = P_3 \\ P_1 = P_4 \end{pmatrix}$$

$$\frac{v_4}{v_D} = \varepsilon \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/n}$$

reemplazando en (6). $\eta_V = 1 + \varepsilon - \varepsilon \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/n} = 1 + \varepsilon \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/n}\right]$

ó $\eta_V = 1 - \varepsilon \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/n} - 1\right]$ (7)

verifica que el rendimiento volumétrico disminuye al aumentar el espacio nocivo y la relación de presiones máxima para la cual $\eta_V = 0$, igualando a cero la (7)

$$\eta_V = 1 - \varepsilon \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/n} - 1\right] = 0$$

$$\Rightarrow \varepsilon \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/n} - 1\right] = 1$$

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/n} - 1 = \frac{1}{\varepsilon}$$

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/n}_{MAX} = \frac{1}{\varepsilon} + 1$$

$$\Rightarrow \boxed{\left(\frac{P_2}{P_1}\right)_{MAX} = \left(\frac{1}{\varepsilon} + 1\right)^n}$$

$\eta_V = 0 \Rightarrow \left(\frac{P_2}{P_1}\right)_{MAX}$

P
3
2
4
1
V

Лэонардо Альбэрто Дэсимонэ

TERMODINAMICA
2da PARTE

UNIDAD 4

SEGUNDO PRINCIPIO

En su forma general se puede enunciar como "Todo proceso espontaneo real, es irreversible".

por ejemplo en un volante al girar, este en algun momento se va a detener y vamos a notar que la temperatura del eje aumentó; pero si le damos calor al eje, el volante no comenzará a girar.

Existen varios enunciados del segundo principio, representan casos particulares del general ya mencionado.

- Clausius: "El calor no puede pasar por si mismo de un cuerpo frío a uno caliente".
- W. Thompson: "Es imposible obtener trabajo mecánico por medio de un agente material inanimado de una masa cualquiera, enfriándola a una temperatura inferior al mas frío de los cuerpos que lo rodean"
- Carnot: "Para poder obtener trabajo mecanico del calor es necesario contar con dos fuentes a temperaturas distintas".

• Kelvin: "Enunció la imposibilidad de obtener trabajo mecanico de unica fuente a temp. Cte (si esto fuese posible estaríamos frente a lo que se denomina movil perpetuo de segunda especie).

REVERSIBILIDAD E IRREVERSIBILIDAD.

Un proceso se dice que es reversible cuando por algun procedimiento de forma tal que tanto el sistema como el medio exterior no sufren ninguna modificación despues de haber realizado una transformación.

En realidad toda transformación espontanea es irreversible, entendiendose por espontanea aquella transformación que en un sistema totalmente aislado, realiza sin la intervención de acciones exteriores. La tranformación solo se realizará si el sistema no esta en equilibrio.

RENDIMIENTO TÉRMICO

El 2do ppio de la Termodinámica es de caracter cualitativo y de acuerdo al mismo es mucho más fácil convertir trabajo en calor que calor en trabajo por lo cual puede deducirse que el calor es una forma desorganizada de energía.

El elemento transformador es el motor térmico, (2)
Conjunto de mecanismos y dispositivos mediante los cuales se obtiene trabajo mecánico L, suministrando una Cantidad de Calor Q_1 a un fluido que describe una sucesión Continua de transformaciones diferentes, lo que se llama Ciclo periódico

P
a
1
2
b
dL
V

F.C
Q_1
M
$L = Q_1 - |Q_2|$
Q_2
F.F

Siendo 1-A-2 la T. durante la expansión y siendo 2-B-1 la T durante la Compresión.

El trabajo de expansión sera el area 1-a-2, las ordenadas y el eje de absisas

$$L_{1-2} = \int_1^2 P.dV$$

; la encerrada para el trabajo de Compresion

$$L_{2-1} = \int_2^1 P.dV$$

El trabajo del Ciclo sera igual al area 1-A-2-B-1, es positivo y dependiente del tipo de transformacion.

$$L = \oint P.dV$$

Por el primer principio tenemos que $\delta Q = dU + \delta L$

para el ciclo arbitrario realizado

$$\oint \delta Q = \oint dU + \oint \delta L$$

$= 0$; es función de estado, por ser camino cerrado es nula $(U_F = U_i)$

$$\sum \delta Q = \sum \delta L$$

Esto pone en evidencia que parte del calor que se le suministra al sistema pasa a la fuente fría y parte se convierte en L_u

$$L_u = Q_1 - |Q_2|$$

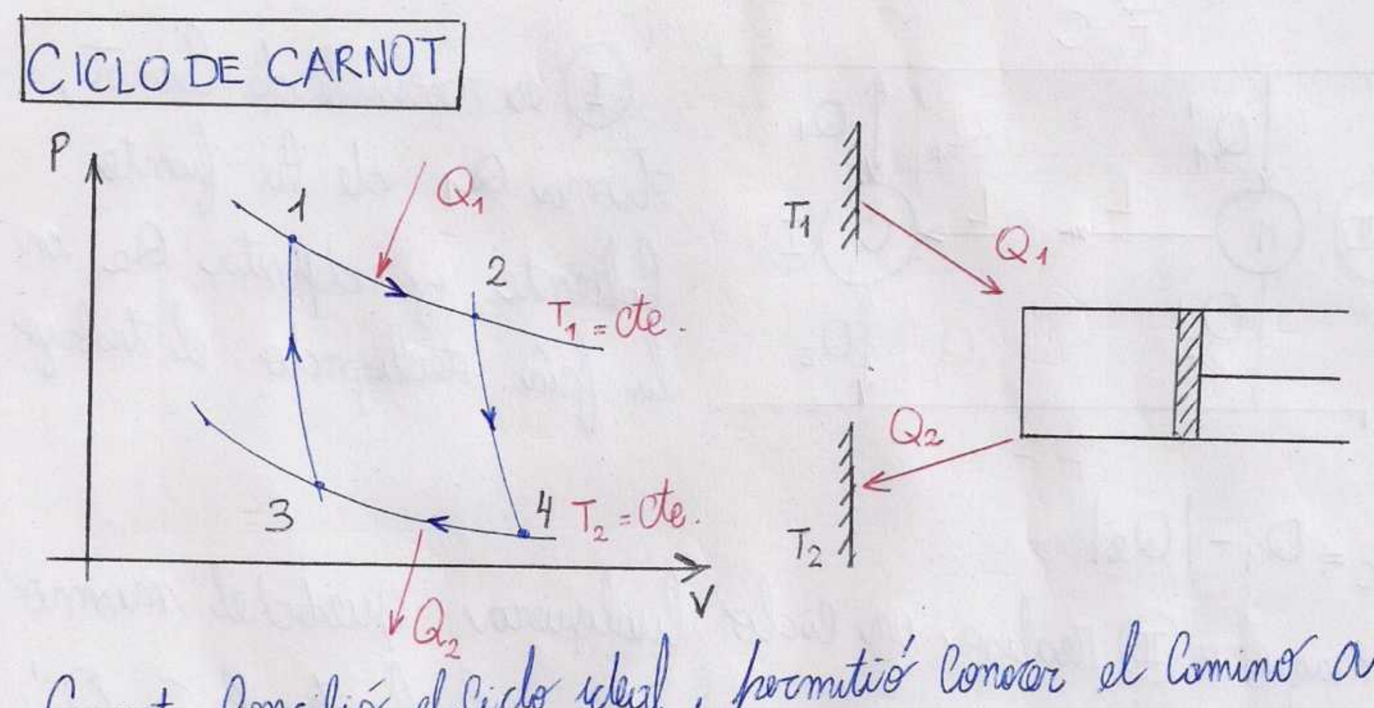
"Es imposible la transformación de la totalidad de Q_1 entregado al fluido que evoluciona en trabajo mecánico mediante cualquier máquina térmica.

Se denomina RENDIMIENTO TÉRMICO a la relación que existe entre el trabajo realizado por el sistema que evoluciona y la cantidad de calor suministrado

$$\eta_T = \frac{L_U}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} \Rightarrow \eta_T = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

η_T esta entre 0 y 1, si es 0 ($|Q_1| = |Q_2|$), $L = 0$; el calor solo pasa de una fuente a otra, sin hacer nada. Si es 1 ($|Q_2| = 0$), es imposible, estará en contradicción con el segundo principio por tratarse de una máquina monotermica.

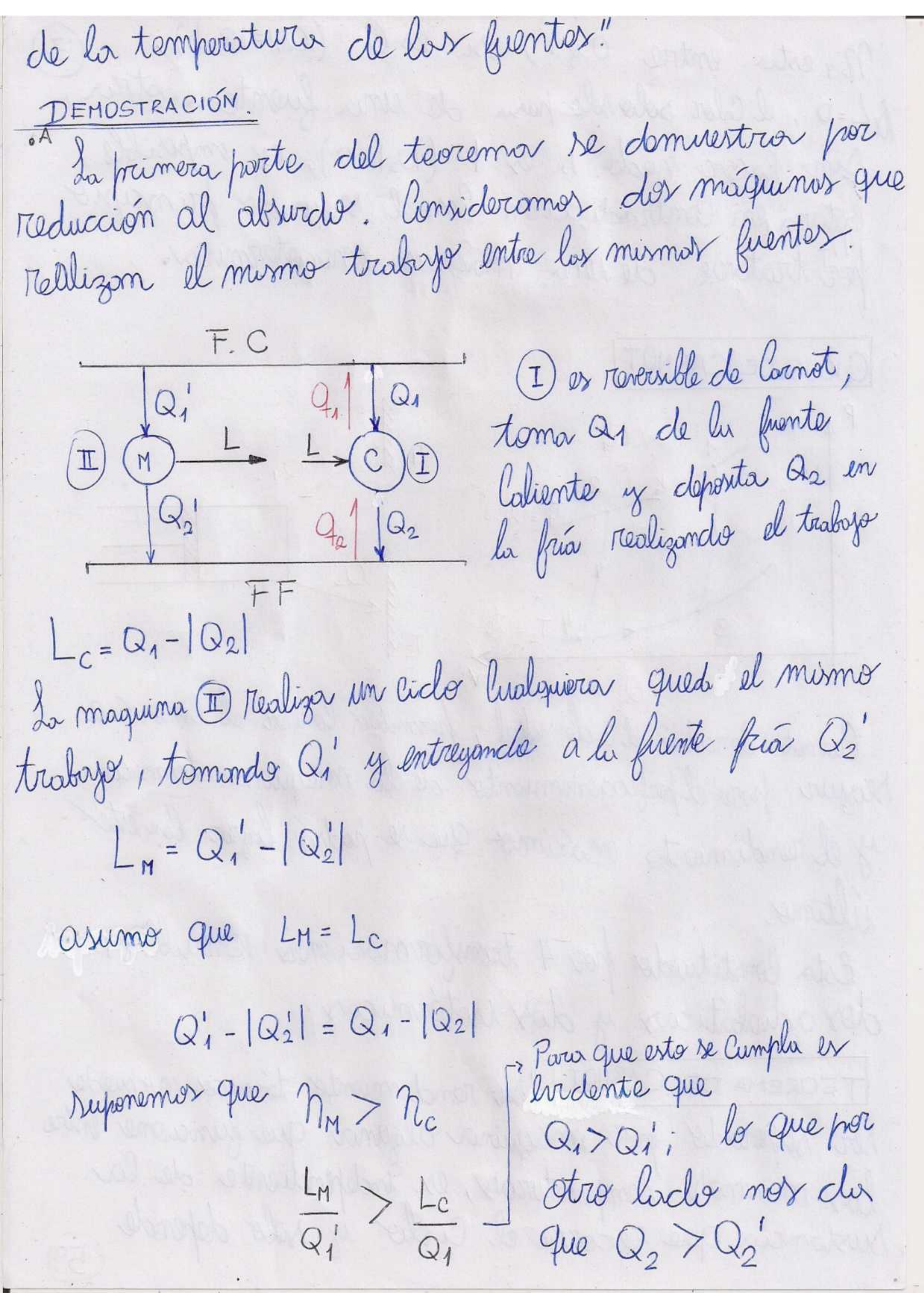
CICLO DE CARNOT



Carnot concibió el ciclo ideal, permitió conocer el camino a seguir para el perfeccionamiento de la máquina térmica y el rendimiento máximo que se podrá lograr con este último.

Esta constituido por 4 transformaciones reversibles, dos adiabáticas y dos isotérmicas.

TEOREMA DE CARNOT "Su rendimiento térmico no puede ser superado por máquina alguna que funcione entre las mismas temperaturas, es independiente de la sustancia que recorre el ciclo y solo depende



de la temperatura de las fuentes"
DEMOSTRACIÓN.
• A
La primera parte del teorema se demuestra por reducción al absurdo. Consideramos dos máquinas que realizan el mismo trabajo entre las mismas fuentes.
F.C
Q1'
q1
Q1
II
M
L
L
C
I
Q2'
q2
Q2
FF
I es reversible de Carnot, toma Q1 de la fuente caliente y deposita Q2 en la fría realizando el trabajo
Lc = Q1 - |Q2|
La maquina II realiza un ciclo cualquiera que da el mismo trabajo, tomando Q1' y entregando a la fuente fría Q2'
LM = Q1' - |Q2'|
asumo que LM = Lc
Q1' - |Q2'| = Q1 - |Q2|
suponemos que ηM > ηc
LM/Q1' > Lc/Q1
Para que esto se cumpla es evidente que Q1 > Q1'; lo que por otro lado nos da que Q2 > Q2'

(I) para realizar el mismo trabajo debe tomar mas Calor de la fuente Caliente y depositar mas Calor en la fuente fría.

Se busca verificar si es posible. Si la M_C es Reversible, puede funcionar en sentido inverso recibiendo el trabajo L_C y transportando Calor de la fuente fría a la Caliente. Si Considero las dos máquinas en Conjunto Como un nuevo sistema, no hay absorción ni realización de trabajo L que necesita la I para efectuar un ciclo inverso, pero las Cantidades de Calor no se equilibran, por Cuanto

$$Q_1 - Q_1' = Q_2 - Q_2' = \Delta Q$$

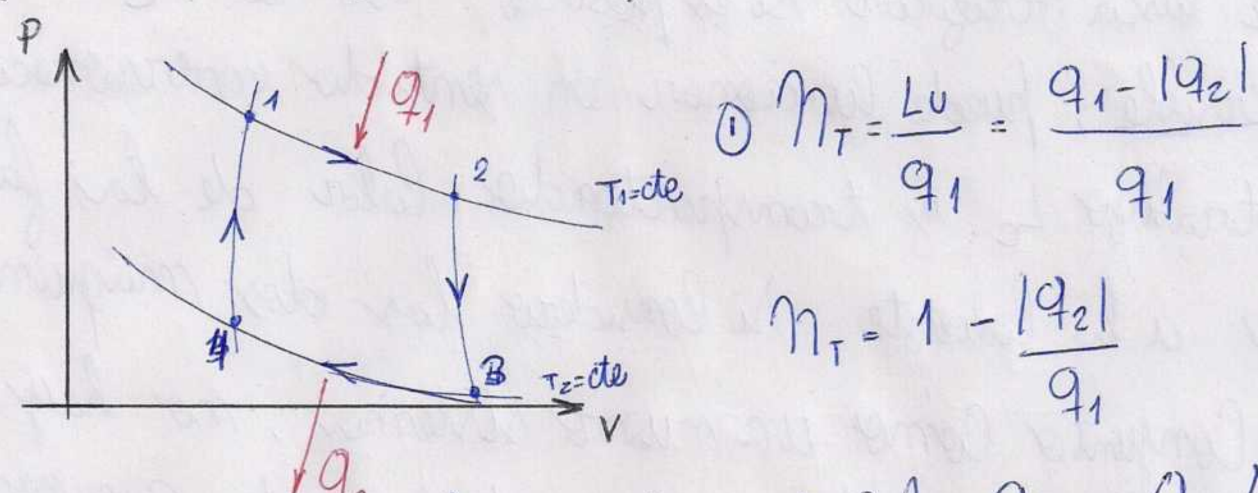
si $Q_1 > Q_1'$ y $Q_2 > Q_2'$, ΔQ pasaría de la fuente fría a la Caliente sin realizar trabajo, demuestra que el rendimiento de Carnot no puede ser superado.

Si $\Delta Q = 0$, estaríamos frente a la Condición de reversibilidad ya que invirtiendo el funcionamiento de Cualquiera de estas máquinas podríamos dejar al sistema y medio exterior en el estado inicial,

$$\boxed{\eta_M = \eta_C}$$

Caso real (irreversibilidad) $\eta_M < \eta_C$, con el sist. en Conjunto, ΔQ pasaría de la fuente fría a la Caliente como energía degradada.

• B (NO DEPENDE DE LA SUSTANCIA)



① $\eta_T = \frac{Lu}{q_1} = \frac{q_1 - |q_2|}{q_1}$

$$\eta_T = 1 - \frac{|q_2|}{q_1}$$

para el Carnot como las Cantidades de Calor q_1 y q_2 se intercambian a T cte, será:

② $q_1 = R\,T_1 \,Ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$

③ $|q_2| = R\,T_2\, Ln\left(\frac{v_3}{v_4}\right)$

COMO TENEMOS EXPANSIÓN Y COMPRESIÓN ADIABÁTICAS

Ⓐ $\left(\frac{v_2}{v_3}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1}$ Ⓑ $\left(\frac{v_1}{v_4}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1}$

$$\frac{v_2}{v_3} = \frac{v_1}{v_4}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_4} \rightarrow Ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = Ln\left(\frac{v_3}{v_4}\right)$$

$$\eta_T = 1 - \frac{R \cdot T_2 \cdot Ln(v_3/v_4)}{R \cdot T_1 \cdot Ln(v_3/v_4)} \Rightarrow \boxed{\eta_T = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}}$$

Comparando el Ciclo de Carnot Con Cualquier otro Ciclo

$$\eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad y \quad \eta_T = 1 - \frac{|q_2|}{q_1}$$

$$1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{|q_2|}{q_1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{|q_2|}{q_1}$$

$$\boxed{\frac{q_1}{T_1} = \frac{|q_2|}{T_2}} \rightarrow \frac{q_1}{T_1} - \frac{|q_2|}{T_2} = 0$$

sacando el modulo del termino

$$\boxed{\frac{q_1}{T_1} + \frac{q_2}{T_2} = 0}$$

La suma de los Calores Reducidos es nulo.

TEOREMA DE CLAUSIUS

se Considera un ciclo reversible en un plano, (P, V) supongamos que dividimos el ciclo de la figura por una familia de transformaciones adiabáticas infinitamente próximas a las cuales vinculamos por transformaciones próximas isotérmicas. Sumamos las superficies elementales en representativa del trabajo útil del ciclo.

Corresponden a ciclos elementales de Carnot

por T. de C.

$$\frac{\delta Q_1}{T_1} = \frac{\delta Q_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{\delta Q_1}{T_1} - \frac{\delta |Q_2|}{T_2} = 0 \Rightarrow \left\{ \frac{\delta Q_1}{T_1} + \frac{\delta Q_2}{T_2} = 0 \right.$$

si tenemos n ciclos elementales de Carnot

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\delta Q_i}{T_i} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta Q_{i+1}}{T_{i+1}} = 0$$

por tratarse de sumatorias infinitas de cantidades infinitamente pequeñas, tendremos.

$$\int_{(R)AMB} \frac{\delta Q}{T} + \int_{(R)BNA} \frac{\delta Q}{T} = 0$$

la integral curvilinea a lo largo del ciclo (6)
reversible es igual a cero

$$\oint_R \frac{\delta Q}{T} = 0$$ Igualdad de Clausius.

"En todo ciclo cerrado reversible, la suma algebraica de los cocientes que resultan de dividir las cantidades de calor cedidas y absorvidas, por las respectivas temperaturas absolutas a que se producen los intercambios es igual a cero".

al ser reversible no hay equilibrio termodinamico entre sistema y medio exterior y por lo tanto para que se transfiera calor, si el sistema esta a la temperatura T_1 la fuente caliente estará a una temp. mayor $T_{1+\varepsilon}$ y si la fuente recibe calor es porque si el sistema le entrega calor a la temperatura T_2 ella está a $T_2 - \varepsilon$.

Luego si cuando existe equilibrio térmico se cumple que

(ANTES)

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\delta Q_i}{T_i} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta Q_{i+1}}{T_{i+1}} = 0$$

δQ_s

$T_1+\varepsilon$

①

$T_2-\varepsilon$

δQ_2

ahora se tiene $$\sum_{i=1}^{n} \frac{\delta Q_i}{T_i+\varepsilon} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta Q_{i+1}}{T_i-\varepsilon+1} < 0$$

↓ POR CICLO IRREVERSIBLE

por ser

$$\frac{\delta Q_i}{T_i} > \frac{\delta Q_i}{T_i+\varepsilon} \quad y \quad \frac{\delta Q_{i+1}}{T_{i+1}} > \frac{\delta Q_{i+1}}{T_i-\varepsilon+1}$$

siendo una sumatoria infinita de terminos infinitamente pequeños

$$\int_{(I)AMB} \frac{\delta Q}{T} + \int_{(I)BNA} \frac{\delta Q}{T} < 0$$

$$\boxed{\oint \frac{\delta Q}{T} < 0}$$

DESIGUALDAD DE CLAUSIUS

así en un ciclo irreversible arbitrario, la integral de Clausius es simplemente negativa.

ENTROPÍA

Sean 1 y 2 dos estados de equilibrio cualesquiera. Si los unimos por dos evoluciones cualesquiera, como "m" y "n", considerando a "n" en sentido inverso a "m", tendremos lo que hemos llamado un ciclo reversible (1-m-2-n-1).

Ap. T. Clausius.

$$\oint_R \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad \text{(REVERSIBLE)}$$

$$\oint_R \frac{\delta Q}{T} = \int_{1-m-2} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2-n-1} \frac{\delta Q}{T} = 0$$

$$\int_{1\ (1-m-2)}^{2} \frac{\delta Q}{T} = -\int_{2\ (2-n-1)}^{1} \frac{\delta Q}{T}$$

m y n solo fueron restringidos en que deben ser reversibles; se puede concluir que

$$\int_{1\ (1-m-2)}^{2} \frac{\delta Q}{T} = \int_{1\ (1-n-2)}^{2} \frac{\delta Q}{T}$$

$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$ solo depende de los estados inicial y final pero no del camino recorrido

todos los caminos nos deben dar el mismo resultado para esta integral.

$$\int_{1-m-2} \frac{\delta Q}{T} = \int_{1-n-2} \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 dS = S_2 - S_1$$

La entropía "S" es una función de estado

"La entropía "S" es una magnitud extensiva y tiene la propiedad de ser aditiva"

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \therefore \delta Q = T.\, dS \quad (\text{REV})$$

factor extensivo de la energía calorífica, siendo la temperatura el factor de intensidad.

ENTROPÍA PARA GASES PERFECTOS

al estudiar los GP, se llegó a la conclusión que la energía interna podría expresarse como función sólo de T° y que por lo tanto:

$$① \ \delta q = dU + \delta l = C_v . dT + P . dv \quad (1^{er} \text{ PPIO})$$

DIVIDO POR T

$$P.V = RT$$

$$T = \frac{PV}{R}$$

$$\frac{1}{T} = \frac{R}{P.V}$$

$$② \ dS = \frac{\delta q}{T} = C_v . \frac{dT}{T} + \frac{P . dv}{P . v} R$$

$$③ \ dS = C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v}$$

Integrando entre dos estados

$$\boxed{\Delta S = S_2 - S_1 = C_v \, Ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R . Ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)}$$

$$S = f(T, v)$$

para poder expresar la misma entropía en función de otros parámetros derivamos la ecuación de estado (8)

$$P \cdot v = RT$$

$$d(P \cdot v) = d(RT) \quad (5)$$

$$P \cdot dv + v\,dP = R\,dT \quad (6) \rightarrow \frac{P\,dv + v\,dP}{P\,v} = \frac{R\,dT}{RT}$$

se divide por la ec de Estado

$$\frac{dv}{v} + \frac{dP}{P} = \frac{dT}{T} \quad (7)$$

$$\frac{dv}{v} = \frac{dT}{T} - \frac{dP}{P} \quad (8)$$

reemplazo en (3) $dS = C_v \cdot \frac{dT}{T} + R\left(\frac{dT}{T} - \frac{dP}{P}\right)$ (9)

$$= C_v \frac{dT}{T} + R\frac{dT}{T} - R\frac{dP}{P}$$

$$= \frac{dT}{T}(C_v + R) - R\frac{dP}{P}$$

POR MAYER

$R = C_p - C_v$

$$dS = C_p \frac{dT}{T} - R\frac{dP}{P} \quad (9)$$

Integrando (9)

$$\boxed{\Delta S = S_2 - S_1 = C_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)} \quad (10)$$

$S = f(T, P)$

TOMO ⑦

$$\frac{dT}{T} = \frac{dv}{v} + \frac{dP}{P}$$ BUSCO ELIMINAR TEMP.

REEMPLAZO EN ③

$$ds = C_v\left(\frac{dv}{v} + \frac{dP}{P}\right) + R\left(\frac{dv}{v}\right)$$

$$ds = (C_v + R)\left(\frac{dv}{v}\right) + C_v\left(\frac{dP}{P}\right)$$

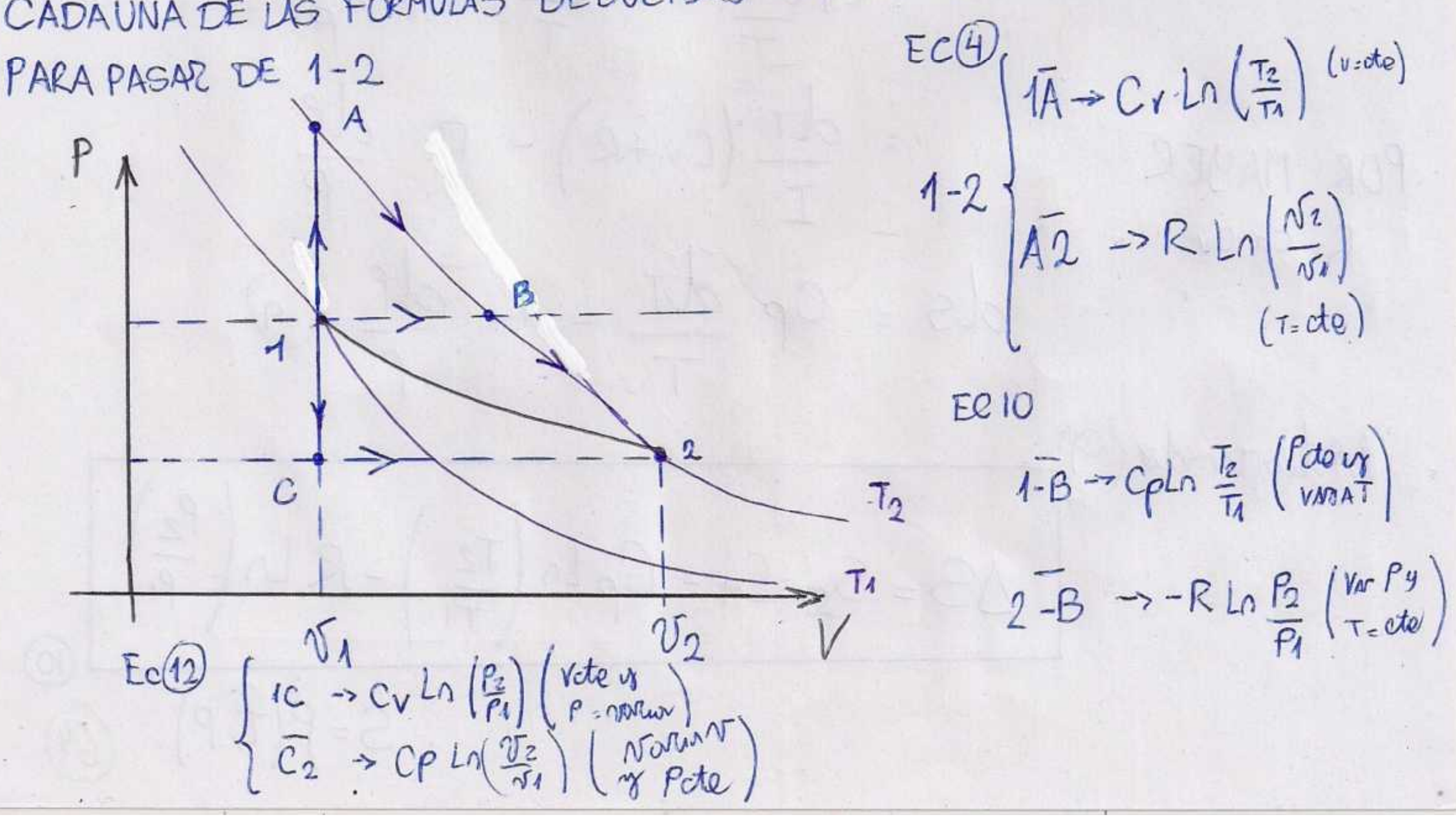
$$ds = C_p\left(\frac{dv}{v}\right) + C_v\left(\frac{dP}{P}\right)$$

Integrando nos dará

$$\Delta S = S_2 - S_1 = C_p \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) + C_v \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \quad (12)$$

$$S = \phi(v, P)$$

CADAUNA DE LAS FORMULAS DEDUCIDAS NOS SEÑALA DIFERENTES CAMINOS PARA PASAR DE 1-2



DIAGRAMAS ENTRÓPICOS

$$\begin{cases} S = f(v, T) \\ S = \rho(P, T) \\ S = \phi(P, v) \end{cases}$$

S func. de estado (ec. anteriores)

Las expresiones anteriores pueden transformarse

$T = f(S, v)$

$P = \rho(S, T)$

$v = \phi(S, P)$

La entropía puede ser usada como uno de los parámetros de estado del sistema y podrá usarse como una de las coordenadas de un plano que representan estados de equilibrio del sistema. La otra coord. será para la Temp. absoluta

$$dS = \frac{\delta q}{T} \quad \therefore \quad \delta q = T \cdot dS$$

el calor será el área bajo la curva

$$q = \int_1^2 T \cdot dS$$

VALIDO EN CASOS REVERSIBLES

ENTROPÍA E IRREVERSIBILIDAD

Los procesos reales son irreversibles, por teorema de Clausius a este tipo de transformaciones se cumple que

$$\oint \frac{\delta Q}{T} < 0$$

La irreversibilidad se presenta cuando en un ciclo alguna de las transformaciones no es reversible.

La transformación 1-a-2 es irreversible y la 2-b-1 es reversible.

por ley de Clausius para el ciclo

$$\int_{I(1,a,2)} \frac{\delta Q}{T} + \int_{II(2,b,1)} \frac{\delta Q}{T} < 0$$

$$\int_{I(1a2)} \frac{\delta Q}{T} < -\int_{II(2b1)} \frac{\delta Q}{T}$$

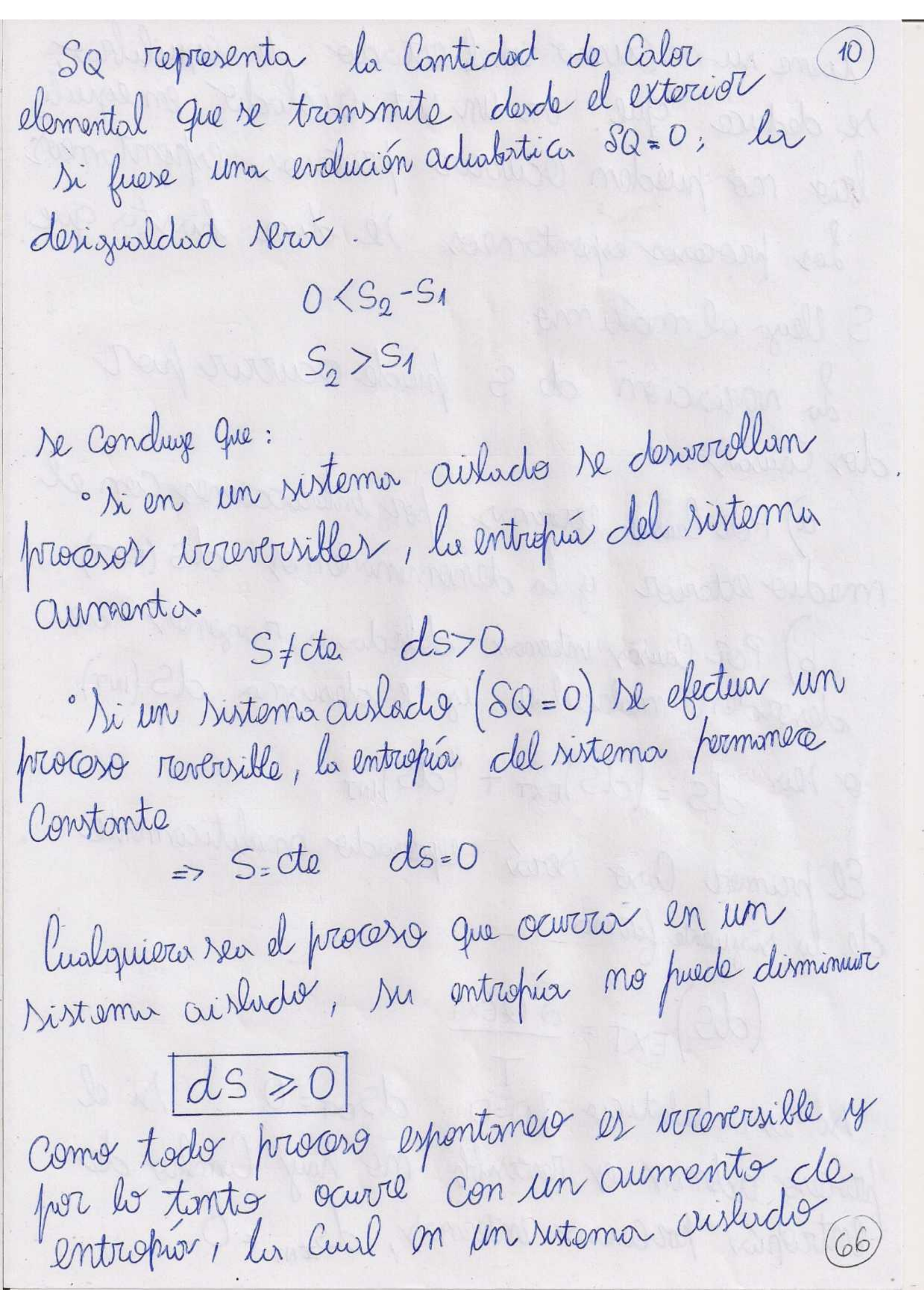
$$\int_{I(1a2)} \frac{\delta Q}{T} < \int_{II(1b2)} \frac{\delta Q}{T} \quad (1)$$

POR DEF. DE ENTROPÍA

$$\int_{II(1b2)} \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 dS = S_2 - S_1$$

Si reemplazo en la desigualdad

$$\int_{I(1a2)} \frac{\delta Q}{T} < S_2 - S_1$$



δQ representa la Cantidad de Calor elemental que se transmite desde el exterior si fuese una evolución adiabática $\delta Q = 0$; la desigualdad será.

$$0 < S_2 - S_1$$

$$S_2 > S_1$$

se Concluye que:

• Si en un sistema aislado se desarrollan procesos irreversibles, la entropía del sistema aumenta.

$$S \neq cte \quad dS > 0$$

• Si un sistema aislado $(\delta Q = 0)$ se efectua un proceso reversible, la entropía del sistema permanece Constante

$$\Rightarrow S = cte \quad dS = 0$$

Cualquiera sea el proceso que ocurra en un sistema aislado, su entropía no puede disminuir

$$\boxed{dS \geq 0}$$

Como todo proceso espontaneo es irreversible y por lo tanto ocurre con un aumento de entropía, la Cual en un sistema aislado

tiene su máximo en el estado de equilibrio, se deduce que en un sist. aislado en equilibrio no pueden ocurrir procesos espontaneos.

Los procesos espontaneos se dan hasta que S llega al máximo.

La variacion de S puede ocurrir por dos causas:

a) Por causas externas: por interacciones con el medio exterior y la denominaremos $dS_{(EXT)}$.

b) Por causas internas debida a razones de desorden molecular y se designa $dS_{(INT)}$

o sea $dS = (dS)_{EXT} + (dS)_{INT}$

El primer caso será expresado analiticamente de la siguiente forma.

$$(dS)_{EXT} = \frac{\delta Q_{EXT}}{T}$$

Si es adiabatico $\delta Q = 0 \therefore dS_{EXT} = 0$. Si el proceso ademas es reversible no hay cambio de entropía por causas internas, $dS_{INT} = 0$

y en ese caso $dS = 0$; el proceso es (1)
ISOENTROPICO (ADIABATICO- REVERSIBLE).

Si no es adiabatico se puede presentar de dos formas

1) PROCESO REVERSIBLE REAL

$$dS = (dS)_{EXT} = \frac{\delta Q_{EXT}}{T} \Rightarrow \delta Q_{EXT} = T \cdot dS$$

2) PROCESO IREVERSIBLE REAL

$$dS = (dS)_{EXT} + (dS)_{INT}$$

$$dS > (dS)_{EXT}$$

$$dS > \frac{\delta Q_{EXT}}{T}$$

Luego $\boxed{\delta Q_{EXT} < T \cdot dS}$ (2)

↳ para procesos reales, solo ocurren con un aumento de la entropía.

ENTROPÍA Y PROBABILIDAD TERMODINAMICA

A	B
n_1	n_2

$n_1 + n_2 = 6$

6-0 2-4
5-1 1-5
4-2 0-6
3-3

SEDAMOS

} todos los estados posibles

La termodinámica estadística establece que todos los microestados son igualmente posibles de un Conjunto aislado son igualmente probables.

PROBABILIDAD MÁTEMATICA

supongamos que hay 20 bolillas en una urna, 10 enegras y 10 son rojas.

si Quisiera sacar una roja:

$$W_r = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \quad y \quad 0 < W_r < 1$$

↓ CERTIDUMBRE

si ahora tenemos 5 bolillas rojas, tiene una franja; la probabilidad de sacar una bolilla con franja es

$$W_{R.F} = \frac{5}{20} = 0,25$$

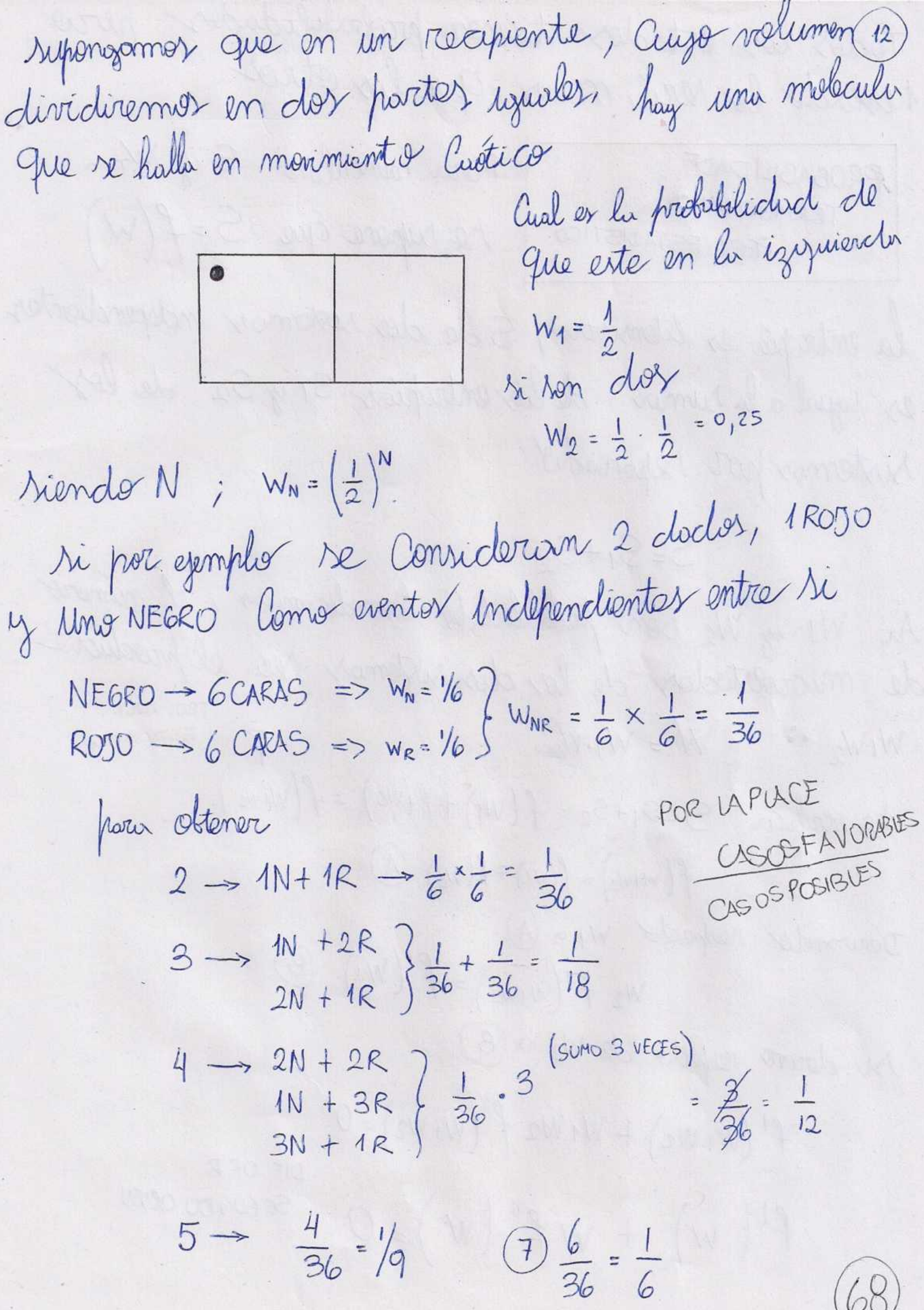
LEY GENERAL DEL CALCULO DE PROBABILIDADES.

otra seria

$$W_f = \frac{5}{10}$$

$$W_r = \frac{10}{20}$$

$$W_{RF} = W_R \cdot W_F = \frac{10}{20} \cdot \frac{5}{10} = \frac{1}{4} = \boxed{0,25}$$



suponemos que en un recipiente, cuyo volumen (12) dividiremos en dos partes iguales, hay una molécula que se halla en movimiento caótico

Cual es la probabilidad de que este en la izquierda

$W_1 = \frac{1}{2}$

si son dos

$W_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 0,25$

siendo N ; $W_N = \left(\frac{1}{2}\right)^N$

si por ejemplo se consideran 2 dados, 1 ROJO y uno NEGRO como eventos independientes entre si

NEGRO → 6 CARAS ⇒ $W_N = 1/6$

ROJO → 6 CARAS ⇒ $W_R = 1/6$

$W_{NR} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

para obtener

POR LAPLACE $\frac{\text{CASOS FAVORABLES}}{\text{CASOS POSIBLES}}$

$2 \rightarrow 1N + 1R \rightarrow \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

$3 \rightarrow$ 1N + 2R, 2N + 1R $\frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{1}{18}$

$4 \rightarrow$ 2N + 2R, 1N + 3R, 3N + 1R $\frac{1}{36} \cdot 3$ (SUMO 3 VECES) $= \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

$5 \rightarrow \frac{4}{36} = 1/9$

(7) $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

Todos los estados tienen probabilidades pero 1 estado lo será mas que los otros.

PROBABILIDAD TERMODINAMICA PESO ESTADISTICO

Para vincular S y W_{Term} se supone que $S = f(W)$

la entropía es extensiva, S de dos sistemas independientes es igual a la suma de las entropías S_1 y S_2 de los sistemas por separado

$$S = S_1 + S_2$$

Si W_1 y W_2 son probabilidades termodinamicas, el número de microestados de los dos sistemas sera el producto $W_1 W_2$ ∴ $W = W_1 \cdot W_2$ ← TEO. MULT. ESTADISTICA

se verifica $S = S_1 + S_2 = f(W_1) + f(W_2) = f(W_1 W_2)$

$$f(W_1 W_2) = f(W_1) + f(W_2) \quad (A)$$

Derivando respecto W_1 a (A)

$$W_2 \, f'(W_1 W_2) = f'(W_1) \quad (B)$$

si derivo respecto de W_2 a (B)

$$f'(W_1 W_2) + W_1 W_2 \, f''(W_1 W_2) = 0$$

$$f'(W) + W f''(W) = 0$$

DIF. ORD. SEGUNDO ORDEN

La solución propuesta por BOLTZMANN

$$f(W) = K . \ln W + C$$

$f'(W) = \frac{K}{W}$ y $f''(W) = -\frac{K}{W^2}$; si reemplazamos

$$\frac{K}{W} - W \frac{K}{W^2} = 0$$

se obtiene la formula que vincula la entropía con probabilidades termodinamicas.

$$S = K . \ln W + C \quad (A)$$

siendo K una cte de proporcionalidad.

SIGNIFICADO DE K

se Considera una recipiente de volumen V_2, dividido en n pequeños sectores. Supondremos tener por el momento una sola molécula adentro. Esta molecula puede formar n microestados segun en el sector en que se encuentre S_1, dentro de V_2, supondremos V_1; habra tantos microestados como indique $\frac{n . V_1}{V_2}$

Con dos moleculas sera $\left(\frac{n . V_1}{V_2}\right)^2$ y n^2

Siendo N_A

$$W_2 = n^{N_A} \quad y \quad W_1 = \left(\frac{n \cdot V_1}{V_2}\right)^{N_A} \rightarrow P/V_2.$$

el número total de microestados posibles del sistema en su probabilidad termodinámica;

reemplazando en (A)

$$S_2 = K \cdot Ln\left(W_2\right) + C = K \cdot Ln\left(n^N\right) + C$$

$$\Rightarrow S_2 = N \cdot K \cdot Ln\left(n\right) + C$$

$$S_1 = K \cdot Ln\left(W_1\right) + C = K\, Ln\left(\left(\frac{n \cdot V_1}{V_2}\right)^n\right) + C$$

$$\Rightarrow S_1 = N \cdot K \cdot Ln\left(\frac{n \cdot V_1}{V_2}\right) + C$$

el aumento de entropía para 1 mol

$$S_2 - S_1 = N \cdot K \cdot Ln(n) - N \cdot K \cdot Ln\left(\frac{n \cdot V_1}{V_2}\right)$$

$$\boxed{S_2 - S_1 = N \cdot K \cdot Ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}$$

Considerando al proceso como una expansión libre de un mol de gas; desde V_1 a V_2 y recordando que para un gas perfecto la temperatura final es igual a la inicial, comparando con el teorema de Clausius para obtener el aumento de entropía de un mol de gas

$$S_2 - S_1 = C_v' \cdot Ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R' Ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) :$$

$= 0 \quad (T_f = T_i)$

$$\boxed{\Delta S = R' \cdot Ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)}$$

$NK = R'$

$K = \frac{R'}{N_A}$: cte BOLTZMANN

UNIDAD 7

VAPORES se define al gas perfecto como aquel que puede soportar cualquier valor de P, V, T sin cambiar de estado.

GASES → PERFECTOS → $P.v = RT$

GASES → REALES → $P.v \neq RT$ → PERMANENTES / LICUABLES

• si a un líquido se le suministra calor su T irá aumentando y su volumen se expandirá como consecuencia de la dilatación. si le seguimos suministrando calor, la temperatura llega a ser tal que comienza la ebullición (dep. de la presión). La temperatura se la llamará, temperatura de saturación. Si el calor se le sigue suministrando, se iniciará el cambio de estado de líquido a vapor (T_{SAT}).

Habrá una coexistencia de líquido y vapor en equilibrio (VAPOR HUMEDO)

El vapor humedo se define por su título o ser la masa de vapor seco que hay en una mezcla de líquido + vapor; "X" se expresa por.

Ej: $X = 0{,}8$ en 1Kg — 800g de VAPOR SECO / 200g de Agua.

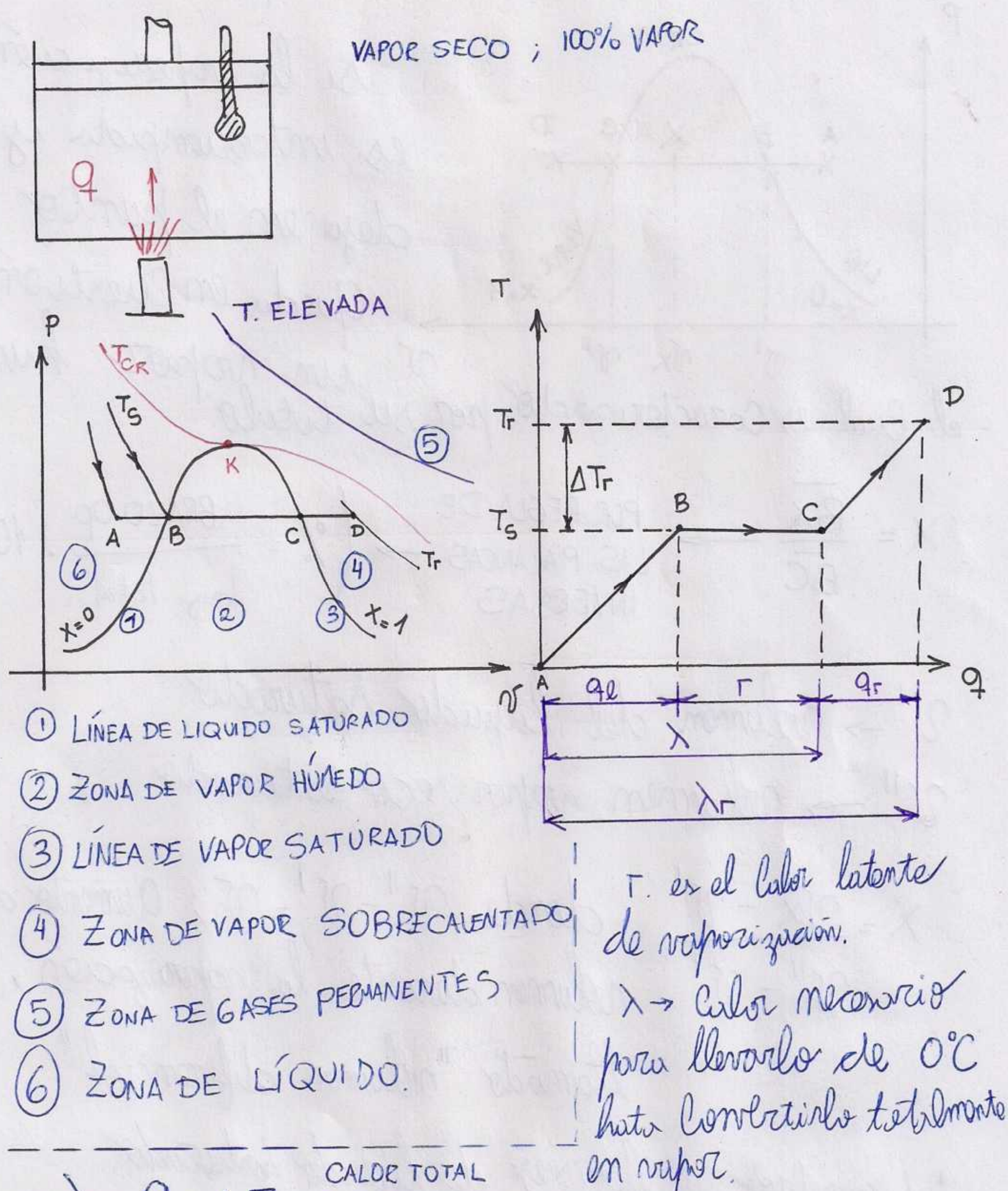
si suministro todavia mas se transforma el líquido totalmente en vapor.

Cuando la última porsión de líquido se transforma en vapor tendremos vapor con título $X=1$ (Considerable aumento del volumen experimentado con respecto al inicial)(dep. de la presión)

finalmente al sistema en estado de vapor seco saturado se le agrega una nueva cantidad de calor, su temp. ↑ y su vol ↑, ∴ pasará a ser llamado vapor sobrecalentado; definido como aquel que se encuentra por sobre la temperatura de saturación, este comienza a adquirir prop. de los gases permanentes.

Se llama grado de sobrecalentamiento al exceso de temperatura sobre la temperatura de saturacion que

Corresponde a la presión en que se encuentra. (15)



① LÍNEA DE LIQUIDO SATURADO

② ZONA DE VAPOR HÚMEDO

③ LÍNEA DE VAPOR SATURADO

④ ZONA DE VAPOR SOBRECALENTADO

⑤ ZONA DE GASES PERMANENTES

⑥ ZONA DE LÍQUIDO.

r. es el calor latente de vaporización.

λ → Calor necesario para llevarlo de 0°C hasta convertirlo totalmente en vapor.

$$\lambda = q_l + r$$ CALOR TOTAL SIN RECAL.

$$\lambda_r = \lambda + q_r = q_l + r + q_r$$ CALOR TOTAL CON RECALENTAMIENTO.

TITULO DE UN VAPOR

P, CR, A, B, X, C, D, LIQ, $X=0$, VAPOR, $X=1$, v', v_x, v'', v

Si la vaporización es interrumpida y se deja en el punto X, queda en cuestión un vapor húmedo el cual es caracterizado por su título.

$$X = \frac{\overline{BX}}{\overline{BC}} \longrightarrow$$ POR REGLA DE LAS PALANCAS INVERSAS $\rightarrow \left(\% = \frac{\text{BRAZO OP.}}{\text{long. total}} \cdot 100 \right)$

$v' \rightarrow$ volumen del líquido saturado

$v'' \rightarrow$ volumen vapor seco saturado

$$X = \frac{v_x - v'}{v'' - v'}$$

donde $v'' - v' = v$; aumento del volumen durante la vaporización, llamado "volumen diferencial"

$-'$ parametros y funciones de líquido saturado

$-''$ parametros y funciones de vapor saturado.

FORMULA DE LAS TENSIONES

por experiencia se ha Comprobado que

$P_S = f(T_S)$.

$$\log P_S = a + b\alpha^n + c.\beta^n \quad \text{Reenault}$$

Con $n = t_S + 20°C$ Con a, b, c, α y β, ctes definidas para cada gas.

los valores se determinan mediante tablas

CALOR DE FORMACION

PARA TRASFORM. TOTAL
LIQUIDO ⟶ VAPOR SOBRECALENTADO

por el primer principio $q_L = \Delta U + P.\Delta v$ (Δv es 0 por ser chico).

$q_L = \Delta U = Cm(T_S - T_1)$ se lo llama lor del líquido ó Calor sensible

Cuando Comienza la vaporización el suministro de Calor ocasiona el Cambio de estado; se lo denomina Calor latente de vaporización (r).

Se lo define a "r" Como la Cantidad de Calor necesaria para transformar la unidad de masa del sistema líquido saturado en vapor seco saturado.

$$r = \rho + P(v'' - v')$$

($v'' - v' = v$)

- ρ → CALOR LATENTE INTERNO: debido a un cambio en la conformación molecular traducida en una acumulación de energía interna.
- $P \cdot v$ → CALOR LATENTE EXTERNO: trabajo externo como consecuencia del aumento del volumen específico de v' a v'' $(P.v)$

Si la vaporización no es completa se obtiene un vapor húmedo de título X.

$$r_x = r.X = \rho.X + P.\Delta v.X$$

La determinación del valor de r para las distintas temperaturas se efectúa mediante la utilización del Calorímetro de Berthelot

se tabula $r = f(Ts)$ $\qquad \lambda = q_L + r$

$q_L + r \rightarrow \lambda$ (Calor total)

"Es la cantidad de calor para vaporizar totalmente 1Kg de sistema inicialmente en estado líquido

a la temperatura de 0°C"

- si solo se obtuviera vapor húmedo ($\lambda x = q_L + r.x$)

$$\lambda x = q_L (1-X) + \lambda . X = q_L - q_L . X + \lambda . X$$

$$\Rightarrow \lambda x = q_L + (\lambda - q_L) . X$$

Si queremos obtener "vapor sobre calentado" debe agregarse una cantidad de calor llamada de "sobrecalentamiento". (q_r)

$$q_r = C_r (T_r - T_s)$$

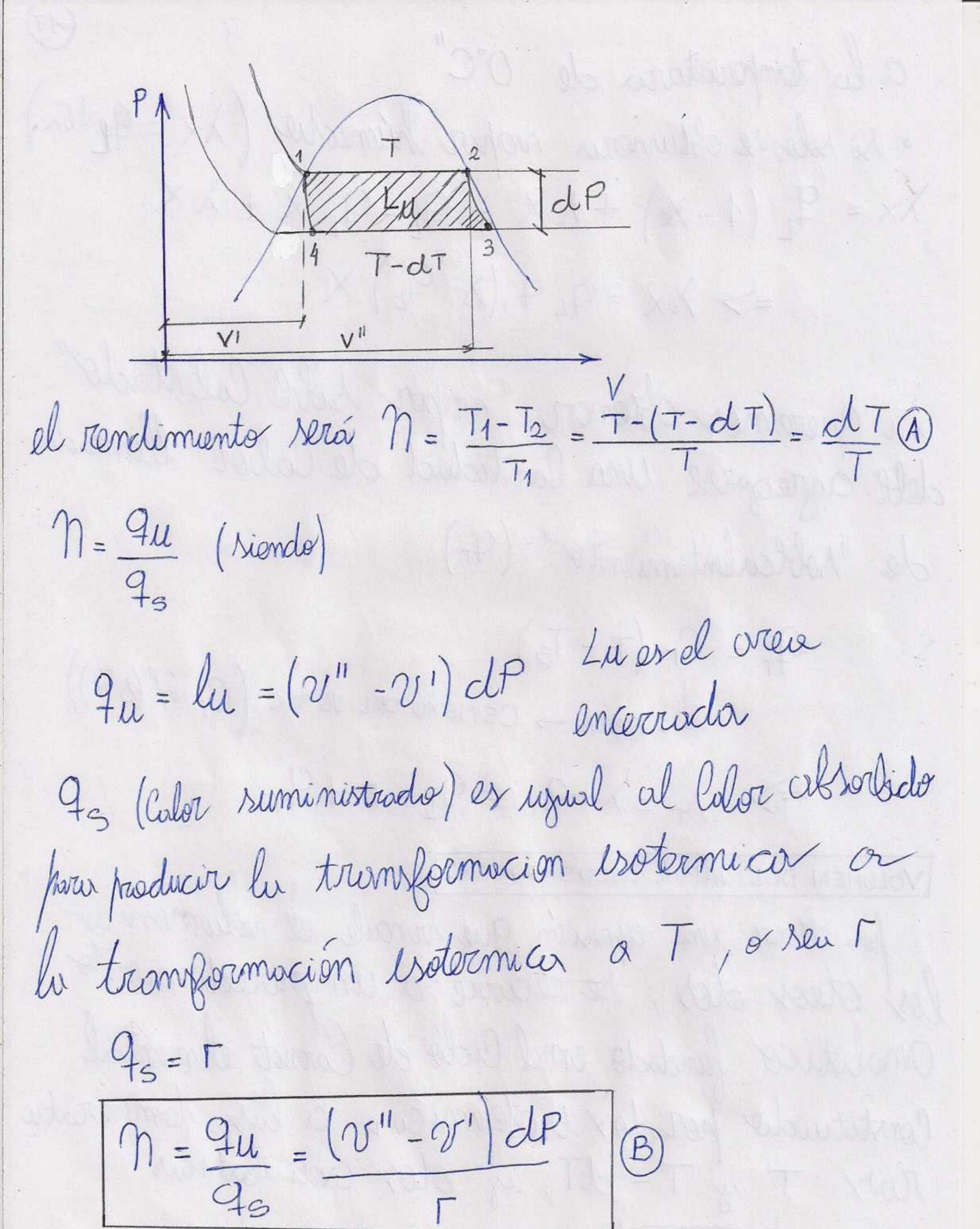
↳ TABLA → CE MEDIO DEL VAPOR ($C_r = f(\Delta T_r)$)

$$\Rightarrow \lambda_r = \lambda + q_r = q_L + r + q_r$$

VOLUMEN DEL VAPOR SECO SATURADO

para obtener una expresión que vincule el volumen a los otros dos, se recurre a un procedimiento analítico fundado en el Ciclo de Carnot elemental constituido por dos isotérmicas a las temperaturas T y T - dT; y dos adiabáticas

(T y T - dT: HORIZONTALES; dos adiabáticas: se realiza y absorve trabajo.)



el rendimento será $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{T - (T - dT)}{T} = \frac{dT}{T}$ (A)

$\eta = \frac{q_u}{q_s}$ (siendo)

$q_u = l_u = (v'' - v')\, dP$ L_u es el area encerrada

q_s (Calor suministrado) es igual al Calor absorbido para producir la transformacion isotermica a la tranformación isotermica a T, o sea r

$q_s = r$

$$\eta = \frac{q_u}{q_s} = \frac{(v'' - v')\, dP}{r} \quad (B)$$

igualando (A) y (B) (referidos al mismo ciclo)

$$\frac{(v'' - v')\, dP}{r} = \frac{dT}{T}$$

$$v'' - v' = \frac{r \cdot dT}{dP \cdot T} \Rightarrow \boxed{v'' - v' = \frac{r}{T \frac{dP}{dT}}}$$

ECUACIÓN DE CLAYPERON

SI QUIERO UN PUNTO X

$$v_X = v' + (v'' - v')X = v' + \Delta v X$$

Pudiendose deducir el volumen del vapor seco saturado en función de la presión y temp. de saturación.

$$\boxed{v'' = \frac{r}{T\left(\frac{dP}{dT}\right)} + v'}$$

$v' << v''$ se puede considerar $v' = 0$

En variaciones reducidas puede hacerse

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta P}{\Delta T}$$

ENTROPÍA - DIAGRAMA ENTRÓPICO

Los problemas que tienen como protagonista a los vapores se analizan ventajosamente mediante el empleo de la función entropía y el gráfico que la registra

Se calienta desde T_1 a T_2, determinará una variación de entropía de líquido ΔS_L.

$$\overline{AB} \rightarrow \Delta S_\ell = S_B - S_A = \int \frac{\delta Q}{T} = C \int \frac{dT}{T} = C \cdot Ln\left(\frac{T_S}{T_1}\right)$$

$$\text{si } T = 0°C \Rightarrow S' = C \cdot Ln\left(\frac{T_S}{273}\right)$$

T_2 se supone como la temperatura de saturación a la presión elegida, el cambio de estado de la totalidad de su masa será determinado por el agregado de una cantidad de calor.

(PROCESO A $T = cte$)

$$\overline{BC} \rightarrow \Delta S_V = S_C - S_B = S'' - S' = \int \frac{\delta q}{T} = \frac{1}{T}\int \delta q = \frac{q}{T} = \frac{r}{T} \quad (A) \quad (19)$$

si a partir de C al sistema le incorporo calor pasa de vapor seco saturado a vapor recalentado

$$\overline{CD} \rightarrow \Delta S_r = S_D - S_C = S''' - S'' = \int \frac{\delta q}{T} = C_r \int_{T_s}^{T_r} \frac{dT}{T} =$$

$$= C_r \cdot Ln\left(\frac{T_r}{T_s}\right)$$

$$S' = C \cdot Ln\left(\frac{T_s}{273}\right)$$

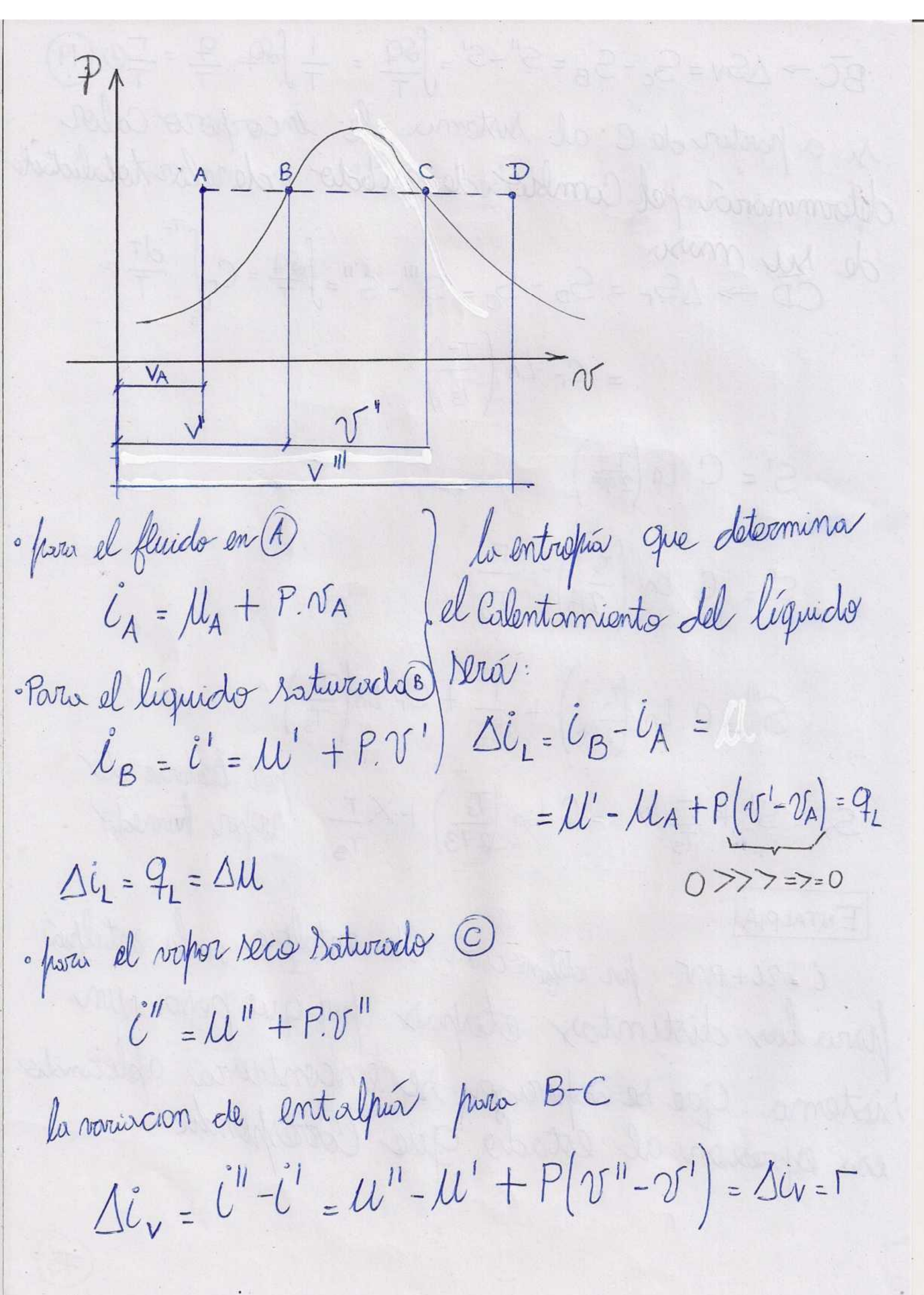
$$S'' = C \cdot Ln\left(\frac{T_s}{273}\right) + \frac{r}{T_s}$$

$$S''' = C \cdot Ln\left(\frac{T_s}{273}\right) + \frac{r}{T_s} + C_r \cdot Ln\left(\frac{T_r}{T_s}\right)$$

$$S_X = S' + \frac{r}{T_s} \cdot X = C \cdot Ln\left(\frac{T_s}{273}\right) + X\frac{r}{T_s}$$ por tratarse de vapor humedo

ENTALPIA

$i = u + P \cdot v$ por definición de entalpia; la entalpia para las distintas etapas por que pasa un sistema que se vaporiza se encontrará aplicando esa expresion al estado que corresponda



- para el fluido en (A)

$$i_A = u_A + P \cdot v_A$$

- Para el líquido saturado (B)

$$i_B = i' = u' + P \cdot v'$$

la entropía que determina el Calentamiento del líquido será:

$$\Delta i_L = i_B - i_A =$$

$$= u' - u_A + P\underbrace{(v' - v_A)}_{0 >>> => = 0} = q_L$$

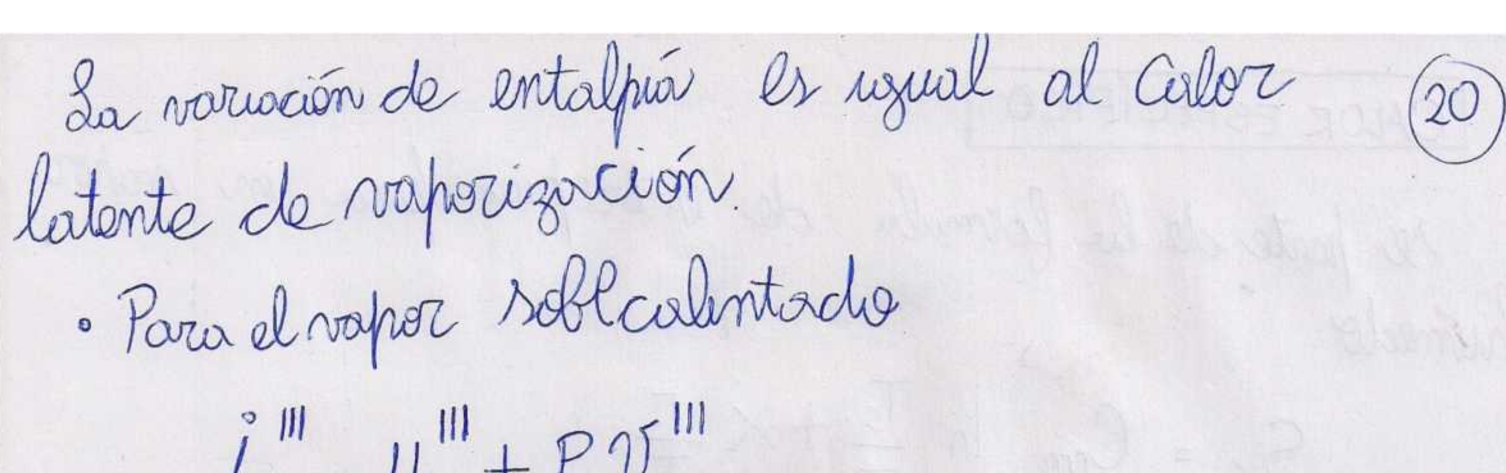
$$\Delta i_L = q_L = \Delta u$$

- para el vapor seco saturado (C)

$$i'' = u'' + P \cdot v''$$

la variacion de entalpía para B-C

$$\Delta i_V = i'' - i' = u'' - u' + P(v'' - v') = \Delta i_V = r$$



La variación de entalpía es igual al Calor latente de vaporización.

- Para el vapor sobrecalentado

$$i''' = u''' + P.v'''$$

$$\Delta i_r = i''' - i'' = u''' - u'' + P(v''' - v'') = q_r$$

La ecuación de entalpía es igual al calor sobrecalentamiento.

- Si se tratara de un vapor húmedo

$$i_x = i' + (i'' - i')X$$

ENERGÍA INTERNA Siendo $i = u + P.v$; la energía interna será $u = i - P.v$

- P/líquido Saturado $\longrightarrow u' = i' - P.v$
- P/vapor seco saturado $\longrightarrow u'' = i'' - P.v''$
- P/vapor húmedo $\longrightarrow u_x = u' + (u'' - u')X$
- P/vapor sobrecalentado $\longrightarrow u''' = i''' - P.v'''$

CALOR ESPECÍFICO

se parte de la formula de entropía para un vapor humedo:

$$S_x = C_m \cdot \ln \frac{T_s}{T_i} + X \frac{r}{T_s}$$

$$dS = C_m \frac{dT}{T} + d\left(X \frac{r}{T}\right)$$

y

$$dS = C_m \frac{dT}{T} + \frac{X}{T} dr + \frac{r}{T} dx - \frac{X r}{T^2} dT$$

($\frac{r}{T} dx = 0$)

pero $X = cte \therefore dx = 0$

$$\Rightarrow dS = C_m \frac{dT}{T} + \frac{X}{T} dr - \frac{r X}{T^2} dT$$

multiplico por T ambos miembros y $\delta q = T \cdot dS$

$$\delta q = T \cdot dS = C_m \, dT + X \, dr - \frac{r X}{T} dT$$

por definición $C = \frac{\delta q}{dT}$; dividiendo por dT

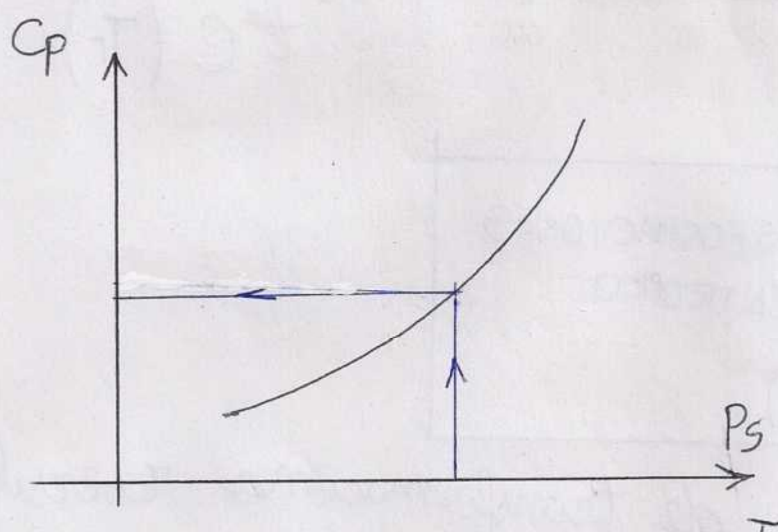
$$\Rightarrow \boxed{C = \frac{\delta q}{dT} = C_m + X \frac{dr}{dT} - \frac{r X}{T}}$$

$X = 0$ (liq. saturado) $\quad C = C_m$

$X = 1$ (vapor seco saturado)

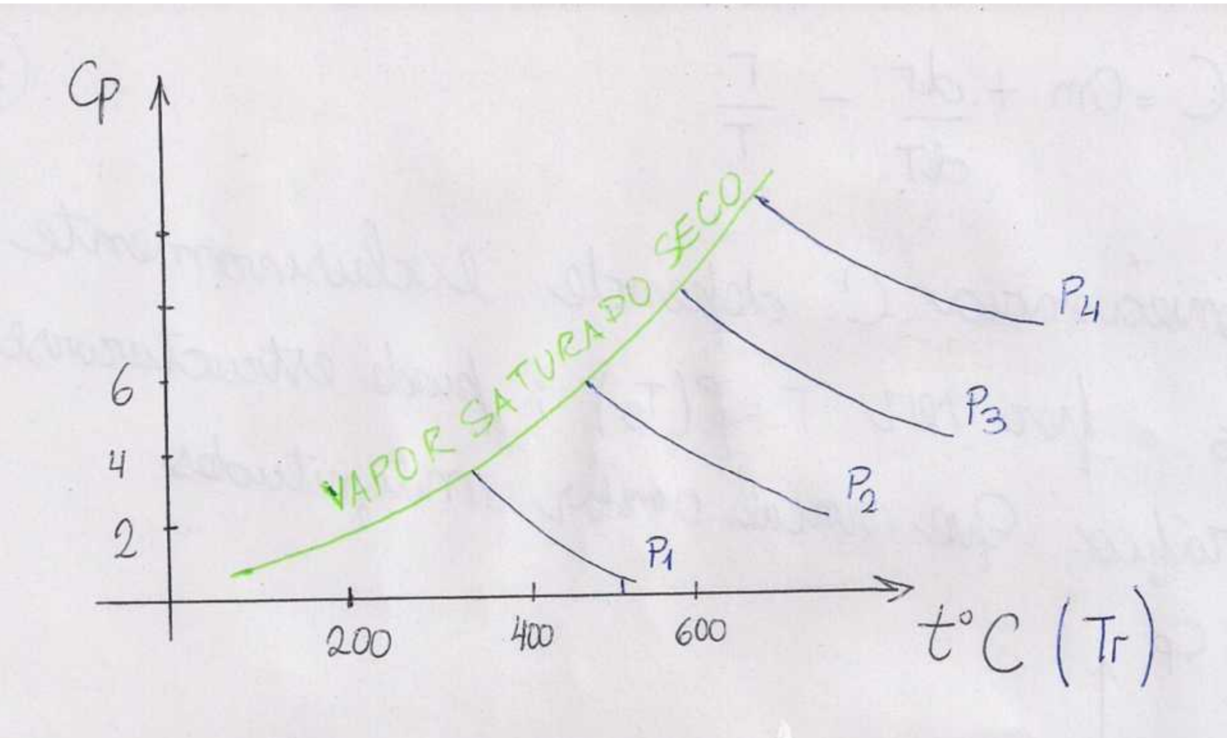
$$C = Cm + \frac{dr}{dT} - \frac{r}{T}$$

En consecuencia C depende exclusivamente de T_S por ser $r = f(T_S)$; puede estructurarse un gráfico que vincule ambas magnitudes.



Para valorar el Calor específico a presión cte del vapor sobrecalentado en función del grado de sobrecalentamiento y de la presión, es de aplicación la formula propuesta por Knoblauch

$$C_p = A + \frac{C}{T_r - B} \begin{cases} A = f(T_r) \\ B = \phi(P_s) \\ C = cte \end{cases}$$



TRAZADO DE TRANSFORMACIONES EN DIAGRAMA ENTROPICO (T, S)

Cuando se trata de transformaciones reversibles y adiabaticas tenemos

$$q = cte \quad \therefore \quad \delta q = 0 \qquad ds = \frac{\delta q}{T}$$

$$ds = \frac{\delta q}{T} = 0 \quad \therefore \quad S = cte$$

$$\int ds = 0$$

UNA TRANSFORMACIÓN ADIABATICA REVERSIBLE se denomina ISOENTRÓPICO.

Para presión y volumen cte, usamos las ecuaciones que dan variación de entropía en función de (t, v) y (t, P)

$$Ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \quad y \quad Ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right)$$

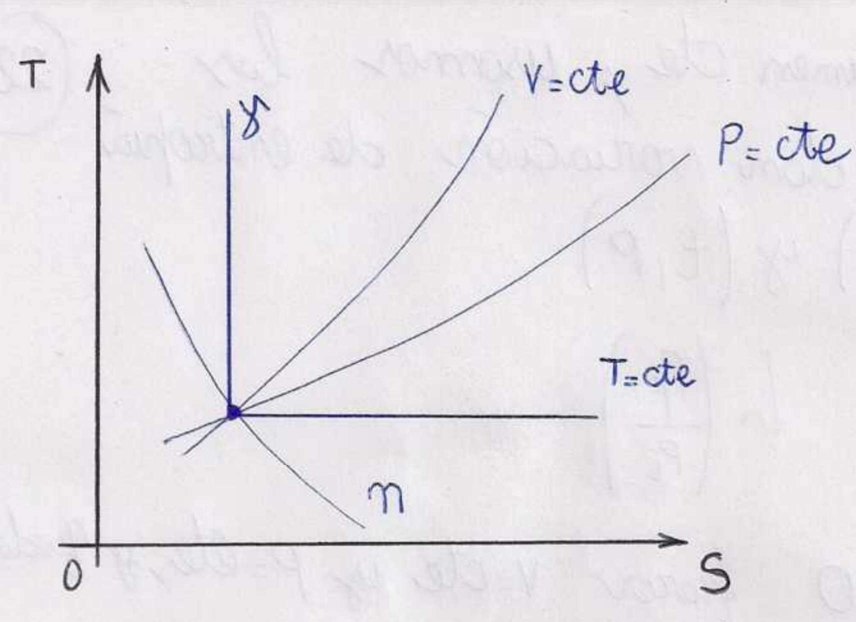
se hacen igual a 0 para V=cte y P=cte, y quedan:

$$\Delta S_v = C_v \cdot \ln \frac{T}{T_i} \quad y$$

$$\Delta S_p = C_p \ln \frac{T}{T_i}$$

T_i es un valor arbitrario y T se le dan valores, se obtienen los puntos para el trazado de Curvas logarítmicas.

La pendiente de V=cte es mayor que la P=cte por ser $\Delta S_p > \Delta S_v$ para un mismo intervalo de temperaturas, se debe a que $C_p > C_v$



1) ISOCORA (V=cte)

- $\Delta l = 0$; $l_c = V(P_2 - P_1)$
- $\Delta i = i_2 - i_1$
- $\Delta u = (i_2 - V.P_2) - (i_1 - V.P_1)$
- $q = i_2 - i_1 + l_c$

2) ISOBARICA (P=cte)

- $\Delta l = P(v_2 - v_1)$; $l_c = 0$
- $\Delta i = i_2 - i_1$
- $\Delta u = (i_2 - P.v_2) - (i_1 - P.v_1)$
- $q = \Delta u + l = i_2 - i_1 = \Delta i$

3) ISOTERMICA (T=cte)

- $q = \Delta u + l$
- $\Delta i = i_2 - i_1$
- $l = q - \Delta u$
- $\Delta u = (i_2 - P_2 v_2) - (i_1 - P_1 v_1)$
- $q = \Delta u + l = T(S_2 - S_1)$

4) ADIABATICA (S=cte)

$q = \Delta u + l$ $(q=0)$

- $l = -\Delta u$
- $\Delta i = i_2 - i_1$
- $l_c = \Delta i$

$\Delta u = (i_2 - P_2 v_2) - (i_1 - P_1 v_1)$

ANEXO

DIAGRAMA DE MOLLIER.

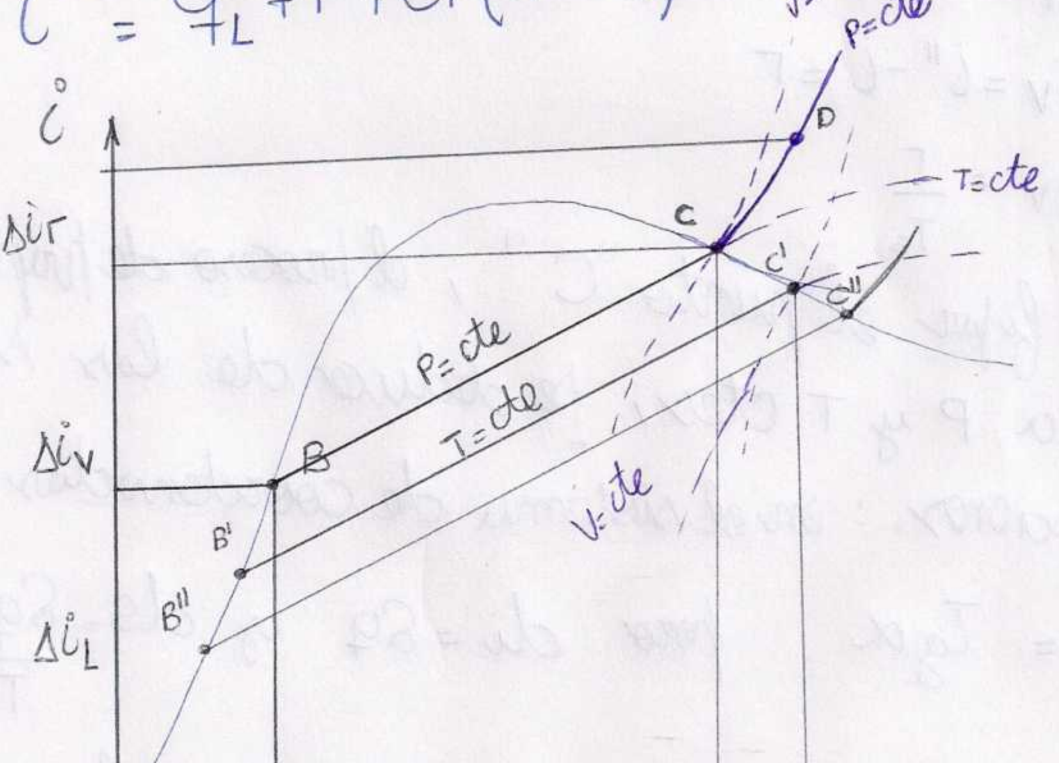
uno de los diagramas mas usados desde un punto de vista práctico.

Los valores de entalpía serán.

$$i' = q_L$$

$$i'' = q_L + r$$

$$i''' = q_L + r + C_r (T_r - T_S)$$



es un diagrama de "i" VS "S".

para trazar línea representativa del Calentamiento del líquido se toman las expresiones

$$\Delta i_L = q_L = C_m T_S$$

$$\Delta S_L = C_m \ln \frac{T_S}{273}$$

dandole a T distintos valores, se determinará, para cada uno de ellos las coordenadas (la intersección es el punto figurativo); así se traza la línea de líquido

B comienza la vaporización; es representativo para la presión, el punto final de la misma, correspondiente al vapor seco saturado, se encontrará en la intersección de las coordenadas que corresponden a ese estado según las exp.:

$$\Delta i_V = i'' - i' = r$$

$$\Delta S_V = \frac{r}{T_s}$$

se puede fijar el punto "C"; el proceso de vaporización se realiza a P y T ctes; se deduce de las siguientes consideraciones: en el sistema de coordenadas elegido

$$\frac{di}{ds} = Tg\,\alpha \quad \text{pero} \quad di = \delta q \quad y \quad ds = \frac{\delta q}{T}$$

$$ds = \frac{di}{T}$$

$$T = \frac{di}{dS}$$

$$\boxed{T = Tg\,\alpha}$$

es representativa según las escalas del dibujo, el valor de la temperatura es constante durante la vaporización, por eso $Tg\,\alpha = cte$ en la zona; entre B y C hay una RECTA.

Con el trazado de otras lineas y uniendo todos los C ; se obtiene la linea de vapor seco Saturado.

La linea del sobrecalentamiento se trazará por puntos, a partir C; desde que se conocen las variaciones de las Coordenadas para ese proceso, dados por:

$$\Delta i_r = C_r \left(T_r - T_S \right)$$

$$\Delta S_r = C_r \cdot Ln \frac{T_r}{T_S}$$

Dando valores a T se obtienen los puntos D, situados sobre una Curva logaritmica a presión cte.

una Curva para Cada valor de presión.

Como se demostro $T = Tg\alpha$; permite trazar las Curvas de temperatura cte. en la zona de vapor sobrecalentado; sobre las lineas de presion cte ya obtenidas, se trazan las tangentes en distintos puntos

uniendo los puntos a los que corresponde igual valor de tangente se tendrán líneas m-n de temperatura cte.

al igual que en el diagrama entrópico se pueden trazar líneas de título constante uniendo los puntos a los que corresponde igual fracción de las rectas B-C, previa división en un numero de partes iguales

las líneas de volumen específico cte se trazan de distinta manera según corresponda a la zona de vapor humedo o a la del vapor sobrecalentado procediendo de forma similar al entrópico.
es muy usado con X=0,70 o superiores

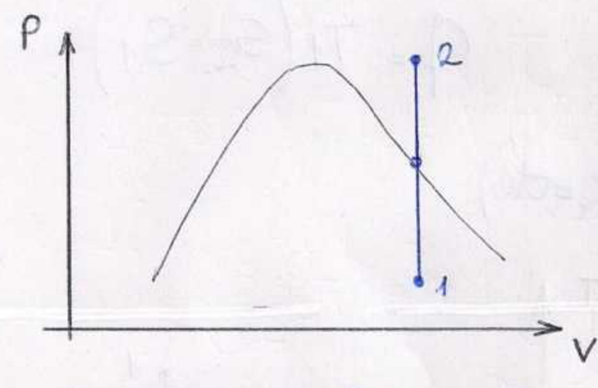
CICLOS DE VAPOR

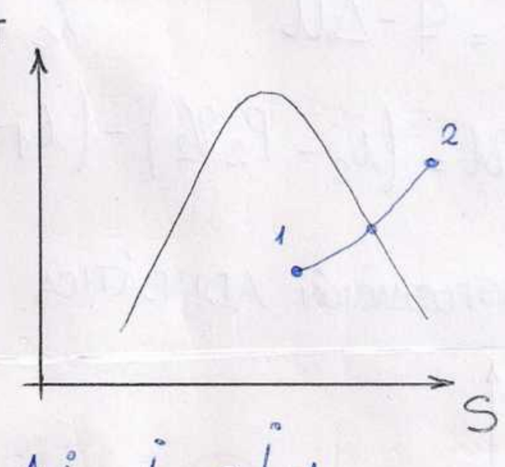
UNIDAD 8

TRASFORMACIONES; es necesario estudiarlos antes de ver los ciclos de vapor.

TRANSFORMACIONES DE VAPORES

TRANSFORMACIÓN ISOCORA (V=cte)



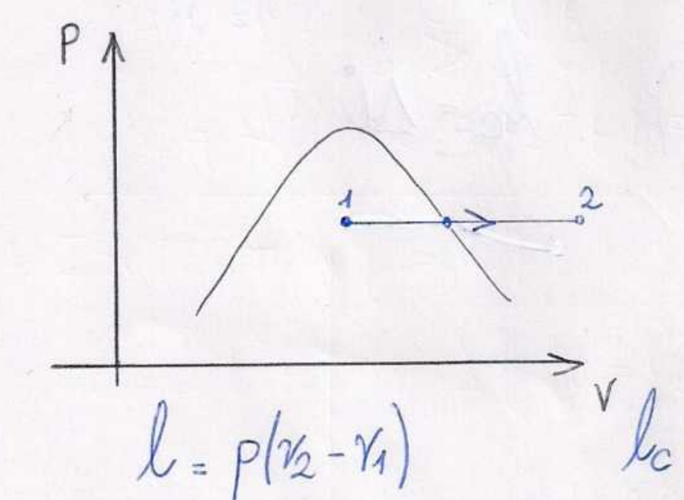


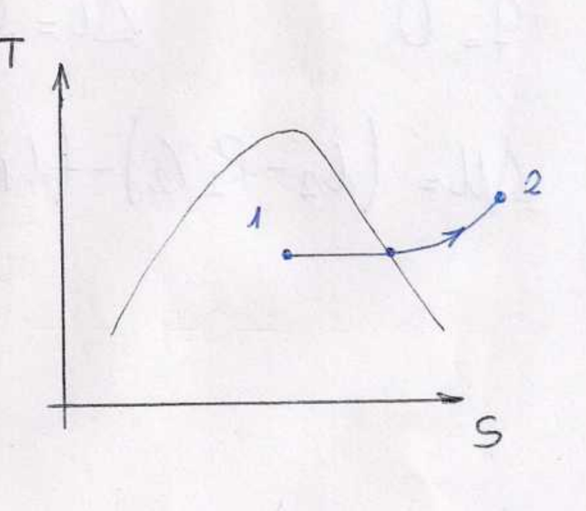
$l = 0 \qquad l_c = -v(P_2 - P_1) \qquad \Delta i = i_2 - i_1$

$\Delta u = (i_2 - P_2 v) - (i_1 - P_1 v)$

$q = \Delta u = i_2 - i_1 - l_c$

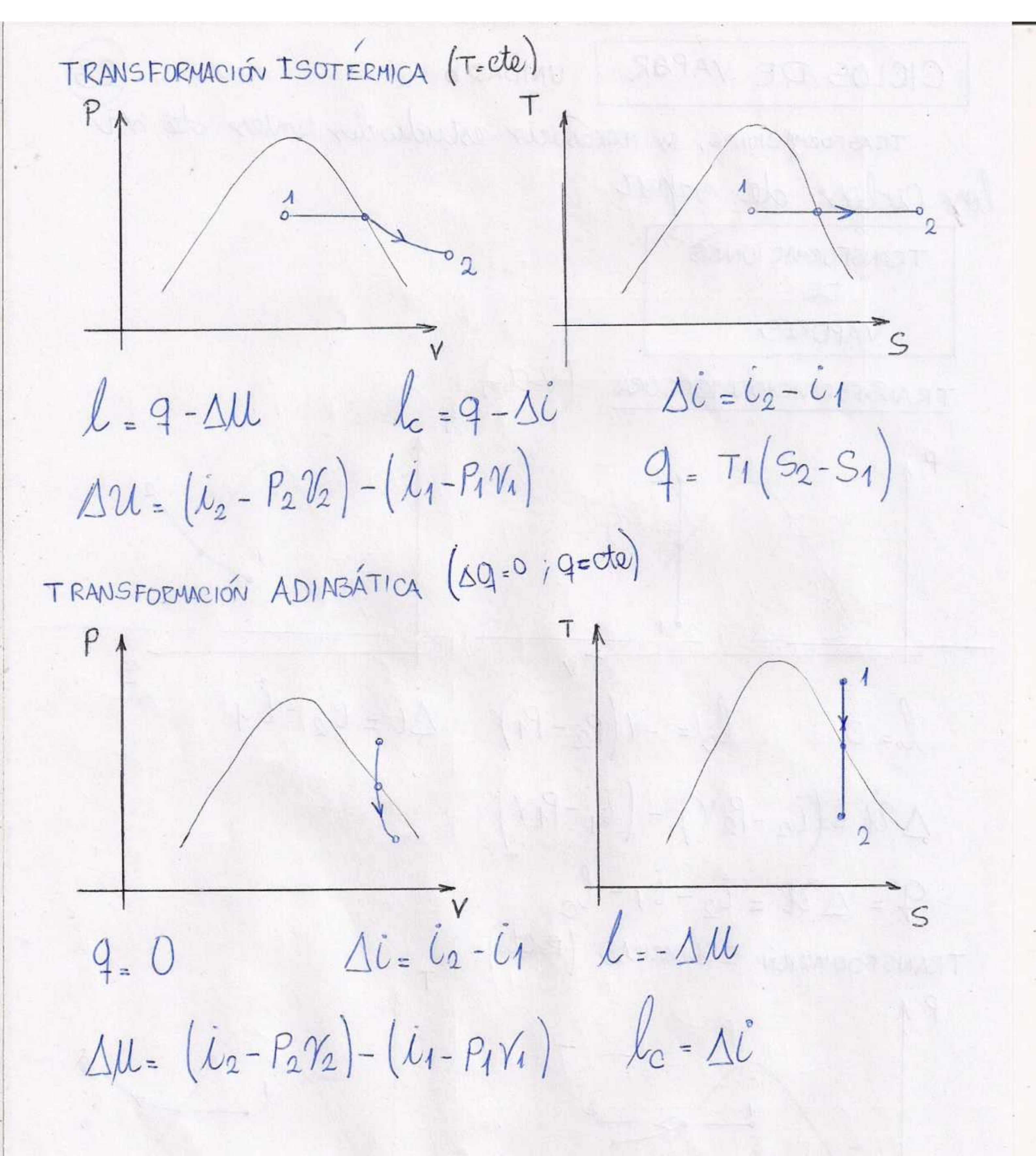
TRANSFORMACIÓN ISOBÁRICAS (P=cte)





$l = p(v_2 - v_1) \qquad l_c = 0$

$\Delta u = (i_2 - P \cdot v_2) - (i_1 - P \cdot v_1) \qquad q = i_2 - i_1$



TRANSFORMACIÓN ISOTÉRMICA (T=cte)

$l = q - \Delta u$ $\quad l_c = q - \Delta i$ $\quad \Delta i = i_2 - i_1$

$\Delta u = (i_2 - P_2 v_2) - (i_1 - P_1 v_1)$ $\quad q = T_1 (S_2 - S_1)$

TRANSFORMACIÓN ADIABÁTICA ($\Delta q = 0$; $q = cte$)

$q = 0$ $\quad \Delta i = i_2 - i_1$ $\quad l = -\Delta u$

$\Delta u = (i_2 - P_2 v_2) - (i_1 - P_1 v_1)$ $\quad l_c = \Delta i$

TRANSFORMACIÓN DE LAMINADO

Corresponde a un sistema circulante

$q = cte$; no realiza trabajo de circulación, es decir $l_c = 0$.

T

1'

1

2'

2

$\lambda = i = cte.$

S

i

1'

2'

1

2

S

se efectua a entalpía cte. se representa tanto en la zona de vapor humedo como la zona del vapor recalentado.

tratandose de un proceso en la zona de vapor húmedo

$$i_1 = i_1{}' + r_1 \cdot x_1$$

$$i_2 = i_2{}' + r_2 \cdot x_2$$

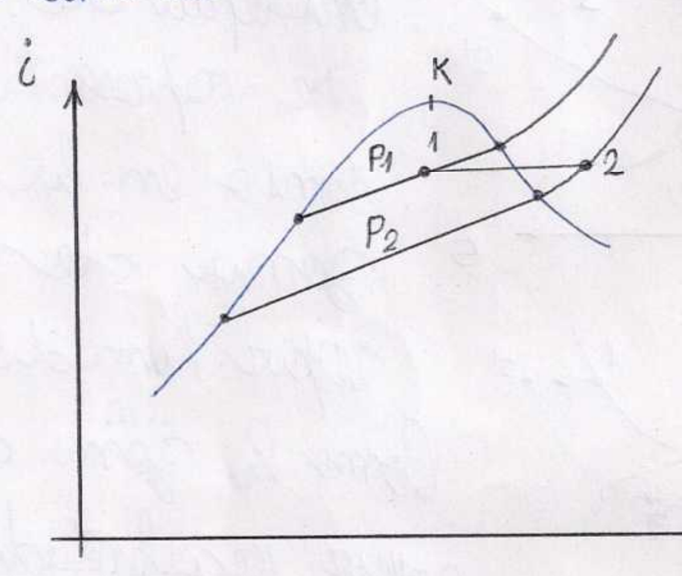
igualando las expresiones

$$i_1' + r_1 . x_1 = i_2' + r_2 . x_2$$

$$\frac{i_1' + r_1 x_1 - i_2'}{r_2} = x_2$$

$$\boxed{x_2 = \frac{i_1' - i_2' + r_1 x_1}{r_2}}$$

El laminado hace aumentar el titulo.



Tratandose de un vapor sobrecalentado el cual se obtienen mediante un salto de presiones apreciables

$$i_1 = i_1 + r_1 . x_1$$

$$i_2 = i_2 + r_2 + C_p \Delta t \quad \therefore$$

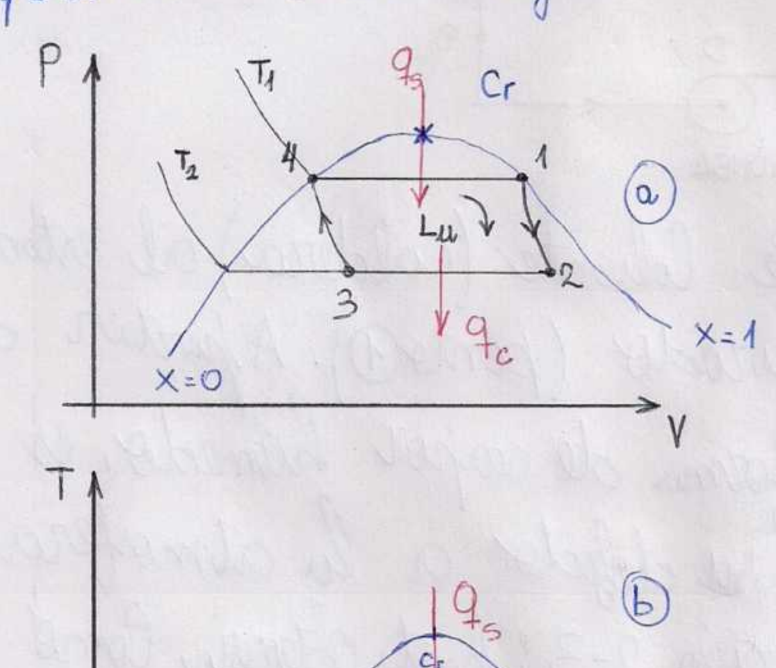
$$\boxed{t_r = \frac{i_1 - i_2 + r_1 . x_1 - r_2}{C_p} + t_s}$$

Esta prop se puede aprovechar para medir el titulo de un vapor mediante un Calorimetro laminado.

CICLO DE CARNOT PARA VAPOR DE AGUA

(25)

se realiza mediante una serie sucesiva de transformaciones isotérmicas e isoentrópicas que permiten lograr el máximo intercambio energético buscado y por lo tanto el máximo rendimiento térmico para las temperaturas de trabajo.

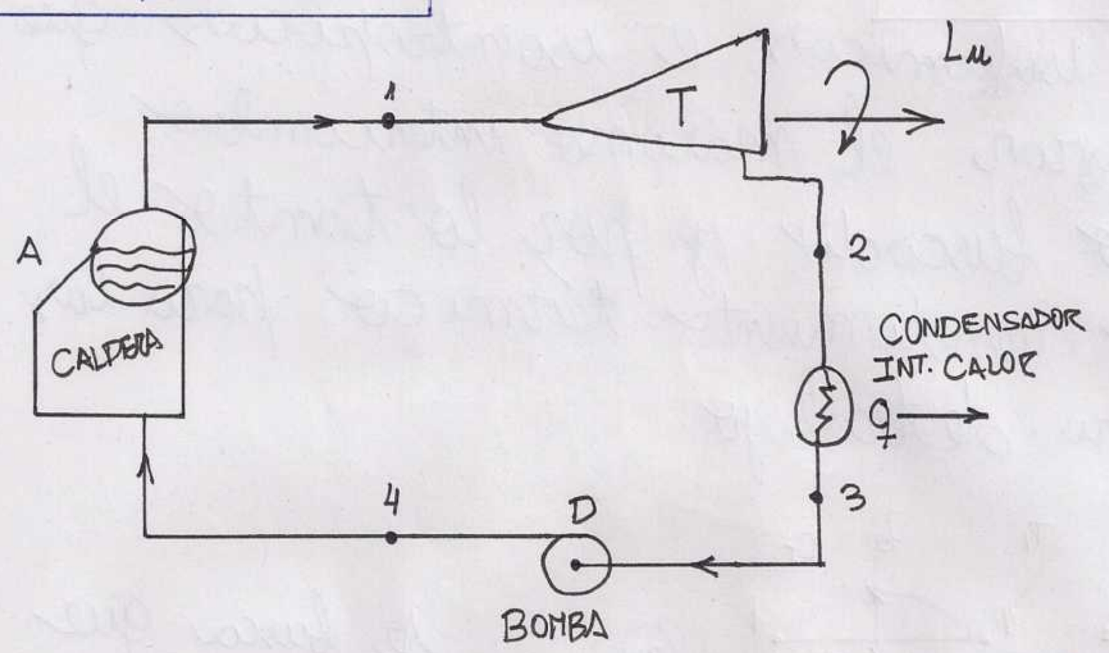


se busca que máquinas que trabajen con este medio se buscan que evolucione lo más parecido al ciclo de Carnot.

$$\eta_T = \frac{L_u}{q_s} = \frac{q_s - |q_c|}{q_s} = 1 - \frac{|i_2 - i_3|}{(i_1 - i_4)}$$

CICLO RANKINE
A REGIMEN
HUMEDO

Лэонардо Альбэрто Дэсимонэ



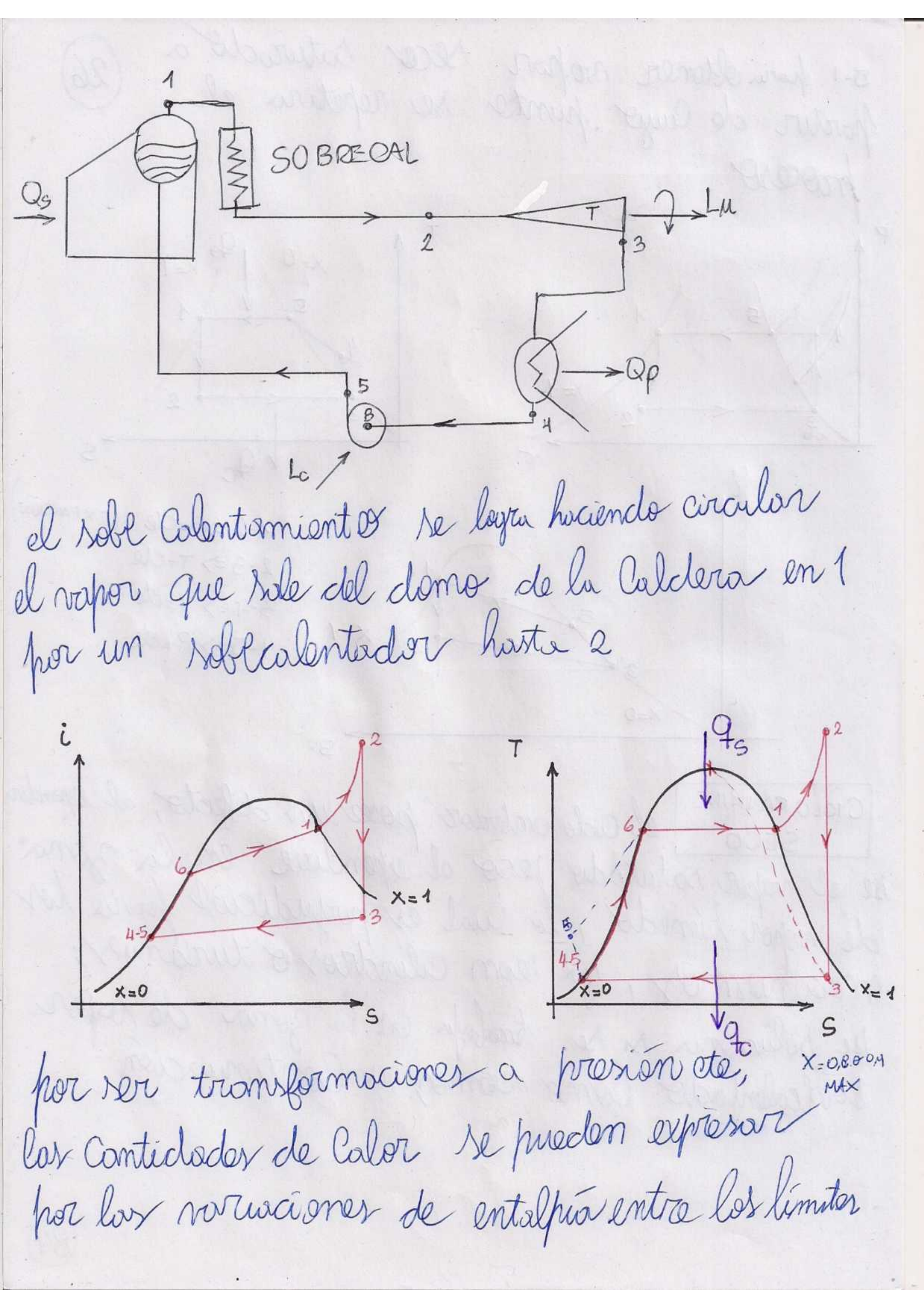
El sistema deja la fuente Caliente (Caldera) al estado de vapor seco saturado (punto ①). A partir de ②, el sistema, ya en forma de vapor húmedo, es llevado al Condensador o en su defecto a la atmosfera, produciendo la Condensación 2-3, hasta obtener, Como resultado, el sistema en estado líquido. A partir de ese instante se lo somete a la acción de Una bomba manteniendo su volumen Constante, lo que es posible por su incompresibilidad, aumentando la presión de fluido, para introducirlo de nuevo en la Caldera, en donde se lo someterá al Calentamiento 4-5 para obtener líquido saturado y luego

5-1 para obtener vapor seco saturado a partir de cuyo punto se repetirá el proceso.

1-2 ⇒ S = cte (EXPANSIÓN)
2-3 ⇒ T = cte
3-4 ⇒ V = cte
4-5 ⇒ P = cte

CICLO RANKINE SECO

el ciclo anterior posee un defecto, al expandirse el vapor saturado seco al expandirse en la zona de vapor húmedo, lo cual es perjudicial para los mecanismos, ya sean cilindros o turbinas; se soluciona si se trabaja en la zona de vapor sobrecalentado como veremos a continuación



el sobrecalentamiento se logra haciendo circular el vapor que sale del domo de la Caldera en 1 por un sobrecalentador hasta 2

por ser transformaciones a presión cte, las Cantidades de Calor se pueden expresar por las variaciones de entalpía entre los límites

X = 0,8 ó 0,9 MAX

$q_s = q_L + r + q_r$

$= i_6 - i_5 + i_1 - i_6 + i_2 - i_1$

$$q_s = i_2 - i_5$$

$$|q_c| = i_3 - i_4$$

el Calor útil $q_u = q_s - |q_c| = i_2 - i_5 - (i_3 - i_4)$

$$q_u = i_2 - i_3 = l_u$$

Si despreciamos el trabajo consumido por la bomba de alimentación.

$$\eta_T = \frac{l_u}{q_s} = \frac{i_2 - i_3}{i_2 - i_5}$$

entre 4 y 5 esta la bomba, entre trabajo volumico la entalpía no cambia.

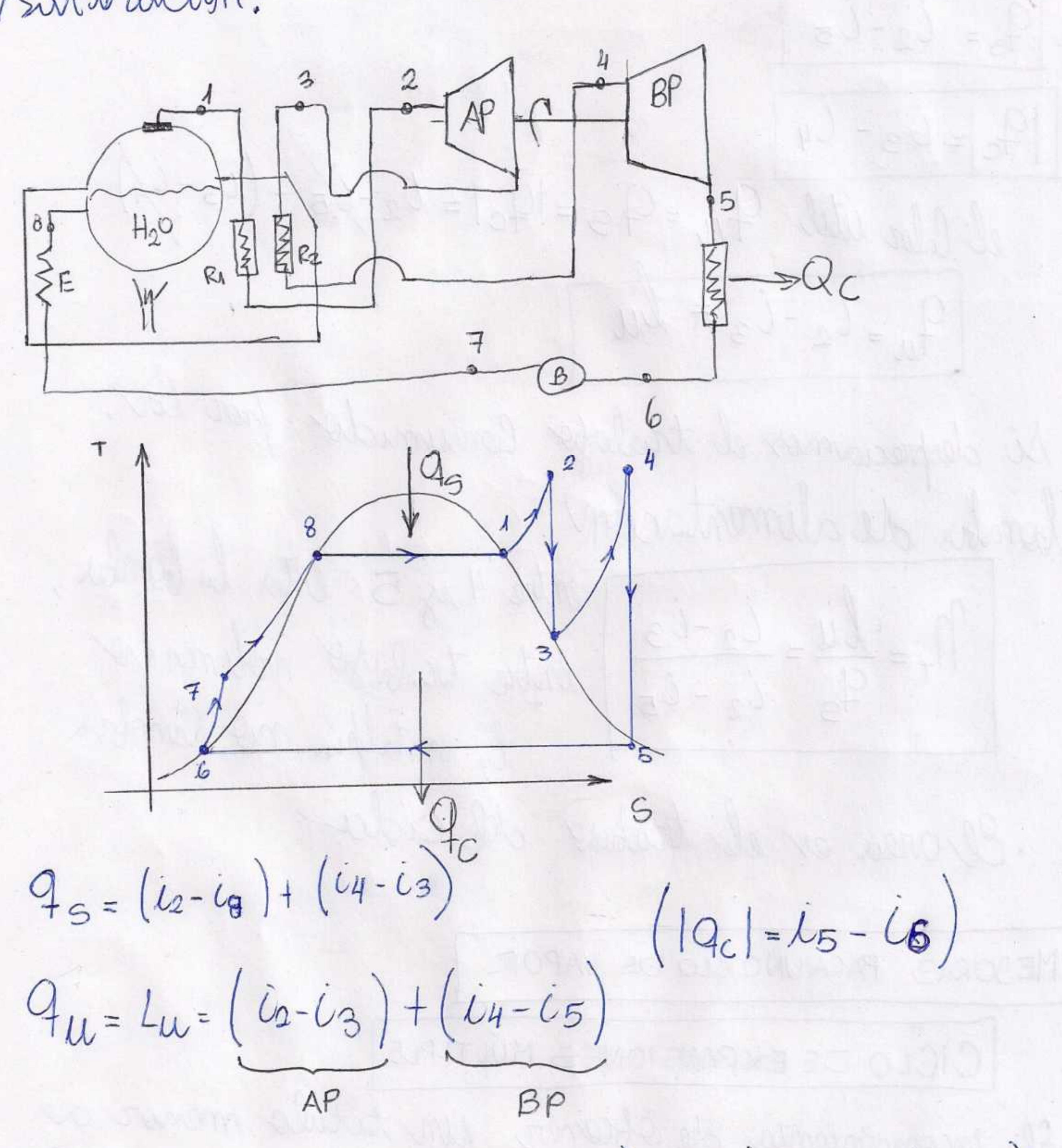
· El area es el trabajo del ciclo

MEJORAS PARA UN CICLO DE VAPOR

CICLO DE EXPANSIONES MÚLTIPLE

El inconveniente de obtener un título menor a 0,88 cuando se aumenta la presión de trabajo, puede ser corregido mediante el RE sobrecalentamiento del vapor despues de la expansión parcial en la

primera etapa (altapresión) donde el vapor se enfría hasta un estado próximo a la saturación.



$$q_S = (i_2 - i_8) + (i_4 - i_3)$$

$$\left(|q_C| = i_5 - i_6\right)$$

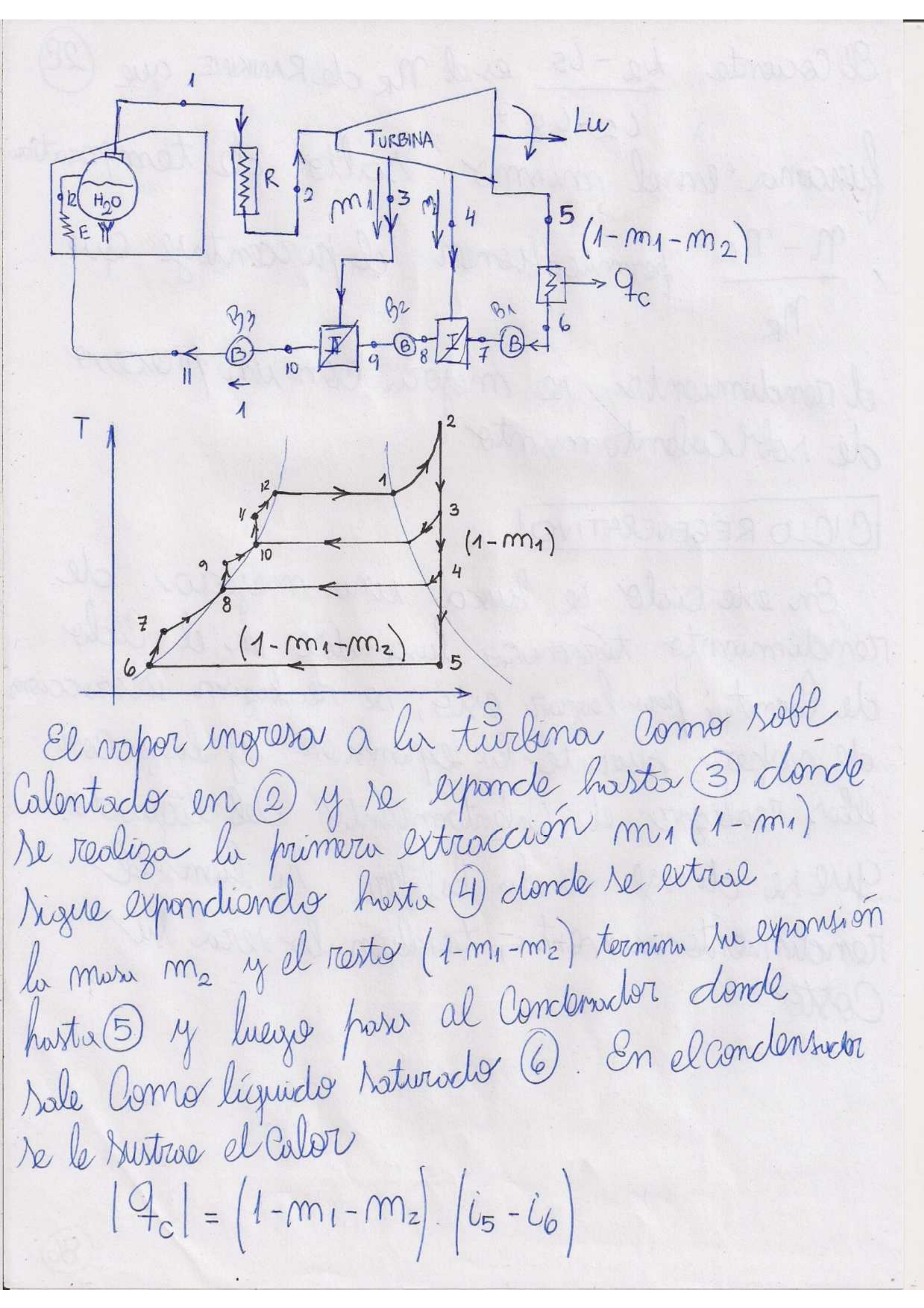
$$q_u = L_u = \underbrace{(i_2 - i_3)}_{AP} + \underbrace{(i_4 - i_5)}_{BP}$$

$$\eta_T = \frac{q_u}{q_S} = \frac{i_2 - i_3 + (i_4 - i_5)}{i_2 - i_8 + i_4 - i_3} = \frac{i_2 - i_5 + (i_4 - i_3)}{i_2 - i_8 + (i_4 - i_3)}$$

El Cociente $\frac{i_2 - i_5}{i_2 - i_8}$ 7 es el η_R de RANKINE que funciona en el mismo salto de temperatura ; $\frac{\eta - \eta_R}{\eta_R}$ permite obtener el porcentaje que el rendimiento se mejora con un proceso de sobrecalentamiento.

CICLO REGENERATIVO

En este ciclo se busca una mejora de rendimiento térmico buscandose en el Ciclo de Carnot, para lograr esto, se realizan extracciones de vapor durante la expansión y luego con ellos realizar el Calentamiento del líquido que se dirige a la Caldera. Si bien el rendimiento aumenta, tambien lo sera su Costo.



El vapor ingresa a la turbina como sobre calentado en (2) y se expande hasta (3) donde se realiza la primera extracción m_1 $(1-m_1)$ sigue expandiendo hasta (4) donde se extrae la masa m_2 y el resto $(1-m_1-m_2)$ termina su expansión hasta (5) y luego pasa al condensador donde sale como líquido saturado (6). En el condensador se le sustrae el calor

$$|q_c| = (1-m_1-m_2)\,(i_5 - i_6)$$

Entre (6) y (7) pasa por la bomba B_1, aumenta la presión del líquido, luego el vapor que se quita en la segunda expansión (m_2) ingresa al intercambiador de mezcla I y entrega calor al líquido proveniente del condensador donde se realiza el siguiente balance

4 m_2 ; I ; 8 ; 7 ; $(1-m_1)$; $(1-m_1-m_2)$

$$(1-m_1-m_2)\,i_7 + m_2 i_4 = (1-m_1)\,i_8$$

La masa $(1-m_1)$ con entalpía i_8 pasa por la bomba B_2 donde se eleva hasta la que reina en el mezclador II a donde ingresa la extracción m_1 y se realiza el balance térmico.

3 m_1 ; II ; 1 ; 10 ; $(1-m_1)$; 9

$$(1-m_1)\,i_9 + m_1 i_3 = i_{10}$$

de estos balances se obtienen m_1 y m_2 en función de las entalpías

su rendimiento

$$\eta_T = \frac{L_u - |\sum L_{CBi}|}{q_S}$$

Donde L_u es el trabajo útil es la suma del que se realiza en las distintas etapas de vapor de la turbina de vapor para 1 kg de vapor.

$$L_u = (i_2 - i_3) + (1 - m_1)(i_3 - i_4) + (1 - m_1 - m_2)(i_4 - i_5)$$

$$\sum L_{CB_i} = L_{CB_1} + L_{CB_2} + L_{CB_3}$$

DONDE

$$L_{CB_1} = -(1 - m_1 - m_2)\, v_6 (P_8 - P_6)$$

$$L_{CB_2} = -(1 - m_1)\, v_8 (P_{10} - P_8)$$

$$L_{CB_3} = -v_{10} (P_{12} - P_{10})$$

En las ecuaciones planteadas, las presiones en ⑦, ⑨ y ⑪ son coincidentes con las que reinan en el mezclador Ⓘ y ⒾⅠ o sea lo que corresponde a los puntos ⑧, ⑩ y ⑫.

$q_s = (i_1 - i_{12}) + (i_2 - i_1) = (i_2 - i_{12})$

CICLO BINARIO Mientras mayor sea la temperatura mayor será el rendimiento. Para obtener temp. de recalentamiento del orden de los 500°C el vapor de agua debe saturarse dentro de los 300°C entre 90 y 80 Kg/cm^2

Para temp. relativamente bajas se requieren presiones muy elevadas, req. equipos robustos y costosos.

El ciclo binario se ha ideado justamente para ampliar los límites de temperatura sin que se tenga por ello, necesidad de altas presiones, para altas temp se usa un fluido poco volatil y para los menores uno más volatil

El fluido menos volatil es evaporado en la Caldera (A) a la temp. t_1 y Conducido a la turbina (I) en la que se expande y Realiza trabajo.

El vapor de escape pasa al Condensador C_1 en donde Cede Calor que es aprovechado para la

vaporización del fluido mas volatil, C_1 hace de Caldera para el otro fluido.

El primer fluido luego es bombeado por B_1 y con ello se lo devuelve a su Caldera completando su ciclo, el otro por su lado se recalienta en R, produce trabajo en la turbina II, se condensa en C_2 y se bombea mediante B_2 para completar su ciclo, que resulta independiente del primero.

T, S, 549 °C, Hg, q_S, q_{C1}, q_C, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Por el circuito de alta temperatura funciona 1 Kg de sistema, las condiciones del intercambio hacen requerir una masa "m" de vapor de agua funcionando en el otro ciclo; y como se supone que el calor cedido en la condensación del fluido menos volatil es totalmente absorbido para la vaporización del fluido mas volatil puede establecerse.

$$i_2 - i_3 = m_{H_2O}(i_5 - i_8) \therefore m_{H_2O} = \frac{i_2 - i_3}{i_5 - i_8}$$

m_{H_2O}: es la Cantidad de masa de agua necesaria para compensar la energía entregada por el Hg.

Las Cantidades de Calor puestas en juego serán

$$q_S = i_1 - i_3 + m(i_6 - i_5)$$

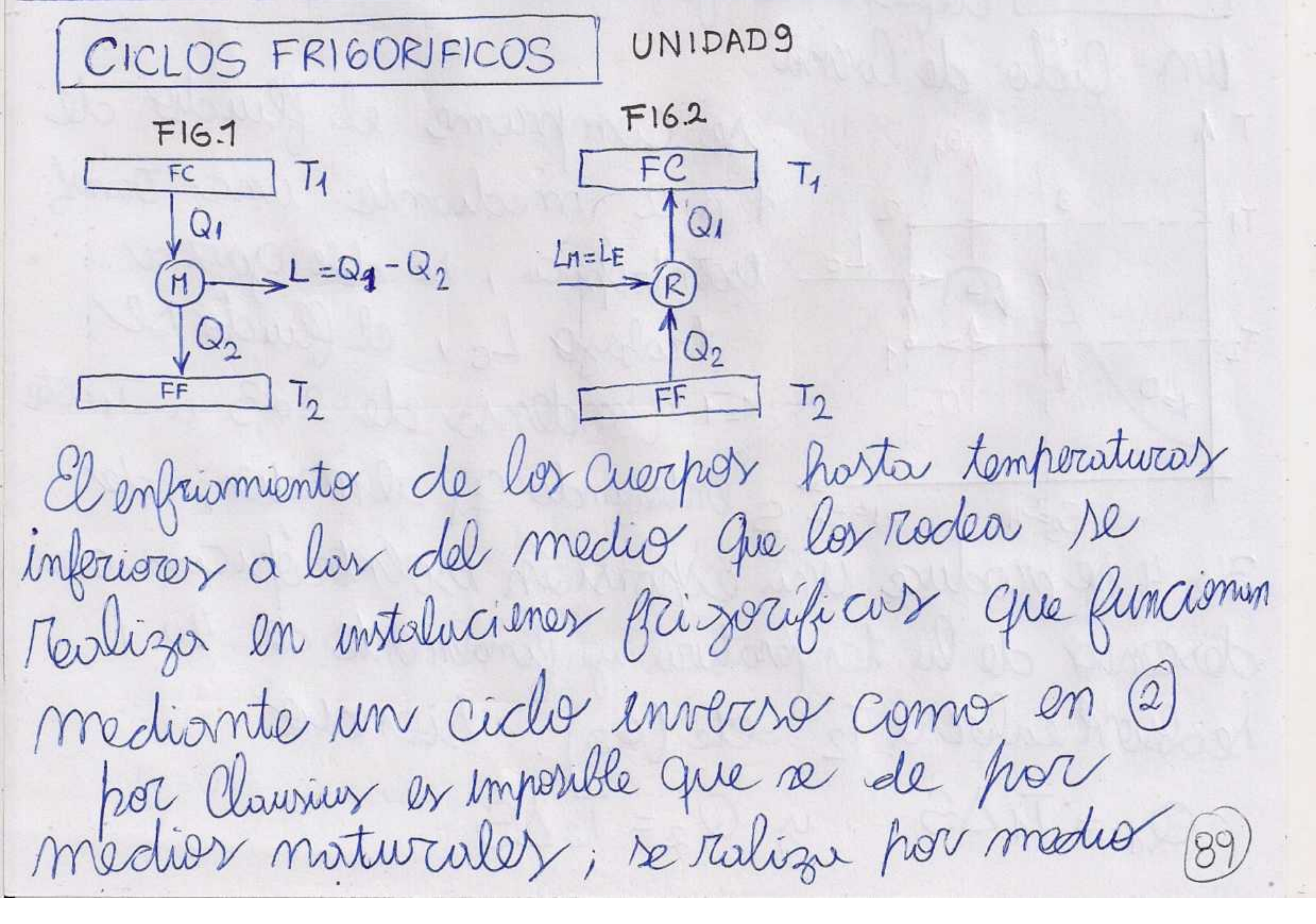
$$q_u = i_1 - i_2 + m(i_6 - i_7)$$

Su rendimiento:

$$\eta_T = \frac{i_1 - i_2 + m(i_6 - i_7)}{i_1 - i_3 + m(i_6 - i_5)}$$

CICLOS FRIGORIFICOS

UNIDAD 9



El enfriamiento de los cuerpos hasta temperaturas inferiores a las del medio que los rodea se realiza en instalaciones frigoríficas que funcionan mediante un ciclo inverso como en (2) por Clausius es imposible que se de por medios naturales; se realiza por medio

de la destrucción de trabajo

en (2)

$$Q_1 = Q_2 + L_C$$

$q_1 - q_2 = L_C$

$\Delta S T_1 - \Delta S T_2$

la fuente caliente recibe la muestra de lo que se extrae de la FF + el L_C desde el exterior

Para valorar la eficacia del ciclo se utiliza lo que se conoce como Coeficiente de efecto frigorífico.

$$\varepsilon = \frac{T_2 \cdot \Delta S}{(T_1 - T_2)\Delta S} = \boxed{\frac{T_2}{T_1 - T_2}}$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{Q_2}{L_C}}$$

expresa la Cantidad de Calor extraida por unidad de trabajo. El máximo coeficiente frigorífico se obtiene mediante un Ciclo de Carnot.

T, T_1, T_2, 1, 2, 3, 4, Q_1, Q_2, L_C, $x=0$, $x=1$, $S_3=S_4$, $S_1=S_2$, S

se comprime el fluido de 1 a 2 mediante una transf. isoentrópica, se debe gastar trabajo L_C, el fluido se condensa de 2 a 3 a T_1 = cte entregando q_1 al medio; de 3 a 4 se produce una expansión isoentrópica con descenso de la temperatura y finalmente de 4 a 1 se absorbe calor a T_2 = cte (Q_2). Siendo

$$Q_1 = T_1 \Delta S \quad \text{y} \quad Q_2 = T_2 \Delta S$$

$$\eta_T = \frac{Q_U}{Q_S} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = \frac{(T_1 - T_2)\Delta S}{T_1 \Delta S} =$$

$$\boxed{\eta_T = 1 - \frac{T_2}{T_1}}$$

CICLO FRIGORÍFICO
A RÉGIMEN HUMEDO

T, $x=0$, $x=1$, Q_1, T_1, 3, 2, $i=cte$, L_c, T_2, 4', 4, 1, Q_2, S

↳ CANTIDAD DE CALOR EXTRAIDA

CONDENSADOR, Q_1, ALTA PRESIÓN, 3, 2, V.R., C, L_c, M, BAJA PRESIÓN, 4, 1, EVAPORADOR, Q_2

se gasta un trabajo por unidad de masa l_c para accionar el compresor

$$l_C = i_2 - i_1$$

en este ciclo la expansión se hizo con un laminado con $i_3 = i_4$; el calor cedido al fluido refrigerante será

$$q_2 = i_1 - \underset{\substack{\downarrow \\ i_4}}{i_3}$$

el Coeficiente $\mathcal{E}$ es:

$i_3 = i_4$ (isoentálpico)

$$\mathcal{E} = \frac{q_2}{l_c} = \frac{i_1 - i_3}{i_2 - i_1}$$ se busca $\mathcal{E} > 1$

Una forma de aumentar el Coeficiente es reduciendo el trabajo para accionar el compresor.

CICLO FRIGORÍFICO A REGIMEN SECO

Si ingresa vapor humedo al Compresor, la presencia de líquido Causaría inconvenientes mecanicos en el funcionamiento del mismo, mejor usar vapor saturado seco. Se logra mediante el uso de un separador de líquido Colocado a la salida del evaporador.

G evaporador

B: filtro de partículas

D: separador de aceite

$$\mathcal{E} = \frac{q_2}{L_e} = \frac{i_1 - i_5}{i_2 - i_1} = \frac{i_1 - i_4}{i_2 - i_1}$$

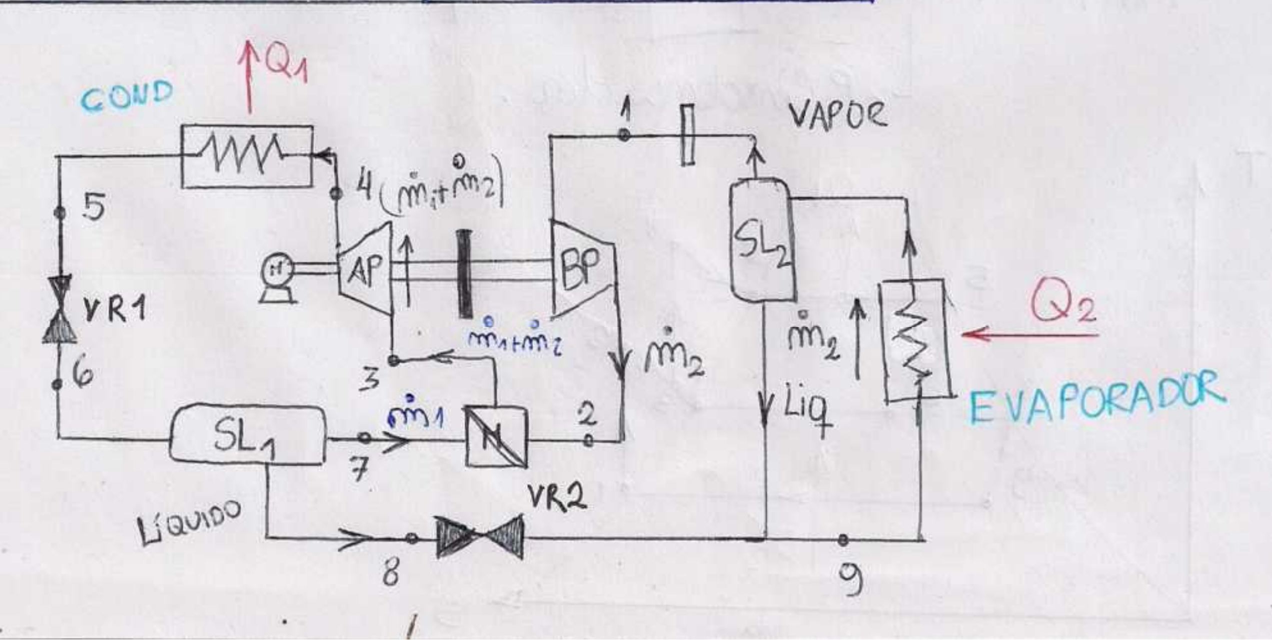
Sustancias frigoríficas usados:

- Temperatura crítica alta.
- El volumen específico debe ser bajo.
- no corrosivo ni venenoso.

se usan por lo general:

- AMONÍACO (NH_3): barato pero tóxico; 1atm Condensa -33,3°C (temp. vap. a 1atm), se usa en grandes instalaciones.
- Anhídrido CARBONICO (CO_2): 1atm Condensa -78,5°C (instalaciones medianas).
- Freon 12: 1atm Condensa -29,6°C (instalaciones domiciliarias).
- R_{134a}

CICLO FRIGORIFICO Con DOBLE COMPRESIÓN



Como en los Compresores por etapas también se realiza una refrigeración 2-3 y se logra un ahorro de trabajo (2-3-4-2').

5-6 se desplaza a la derecha al ir aumentando la diferencia entre T_1 y T_2, trae una fuerte disminución del efecto frigorífico.

Se soluciona parcialmente permitiendo que el líquido que sale del Condensador se expanda en una primera válvula hasta una presión intermedia, la cual viene determinada como

$$P_m = \sqrt{P_C \times P_E}$$

P_E → P. evaporador.

P_C → P. Condensador.

despues de la expansion 5-6 el VH en 6 entra en SL_1; el vapor seco se dirige a un cilindro de alta y el líquido de 8 va a la valvula reductora antes del evaporador (exp. 8-9).

El vapor saturado seco en 1 ingresa al Compresor de BP; se comprime isoentropicamente hasta 2 a la presion intermedia; luego de pasar por el enfriador y mezclarse con el vapor que proviene del primer separador (SL_1) alcanza el punto ③, a partir del cual es aspirado por el C. de AP. y comprimido isoentrop. hasta la P. condensador ④.

al salir del condensador ⑤ esta en fase líquido que para mejorar aun mas el efecto podria ser subenfriado.

Llamaremos $\dot{m}_1$ a la masa que por unidad de tiempo se separa en estado de vapor saturado en el SL_1 a la presion media P_m y $\dot{m}_2$ al caudal que se evapora en la unidad de tiempo en el evaporador.

$$|q_2| = i_1 - i_9$$

$\dot{m}_2 = \frac{Q_1}{Q_2}$; Con el diagrama tambien obtenemos $X_6 = \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2}$

$$X_6 = \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2}$$

$$X_6 \cdot (\dot{m}_1 + \dot{m}_2) = \dot{m}_1$$

$$X_6 \dot{m}_1 + X_6 \dot{m}_2 = \dot{m}_1$$

$$X_6 \dot{m}_2 = \dot{m}_1 - X_6 \dot{m}_1$$

$$X_6 \dot{m}_2 = \dot{m}_1 (1 - X_6)$$

$$\boxed{\frac{X_6 \cdot \dot{m}_2}{(1 - X_6)} = \dot{m}_1}$$

Suponiendo que no hay perdidas termicas en el mezclador y haciendo un balance termico podemos encontrar la ec. de balance.

$m_1 + m_2$, i_3 ← M ← i_2, m_2; i_7, m_1 →

$$i_3 (m_1 + m_2) = i_2 m_2 + i_7 m_1$$

$$\boxed{i_3 = \frac{i_2 m_2 + i_7 \cdot m_1}{(m_1 + m_2)}}$$

Conocido este parametro y a partir del diagrama podemos ubicar el punto 4 y calcular el trabajo

por unidad de tiempo de los compresores

$$L_{BP} = m_2 (i_2 - i_1)$$
$$L_{AP} = (m_1 + m_2)(i_4 - i_3)$$

} denominador de $\mathcal{E}$.

CON CARNOT

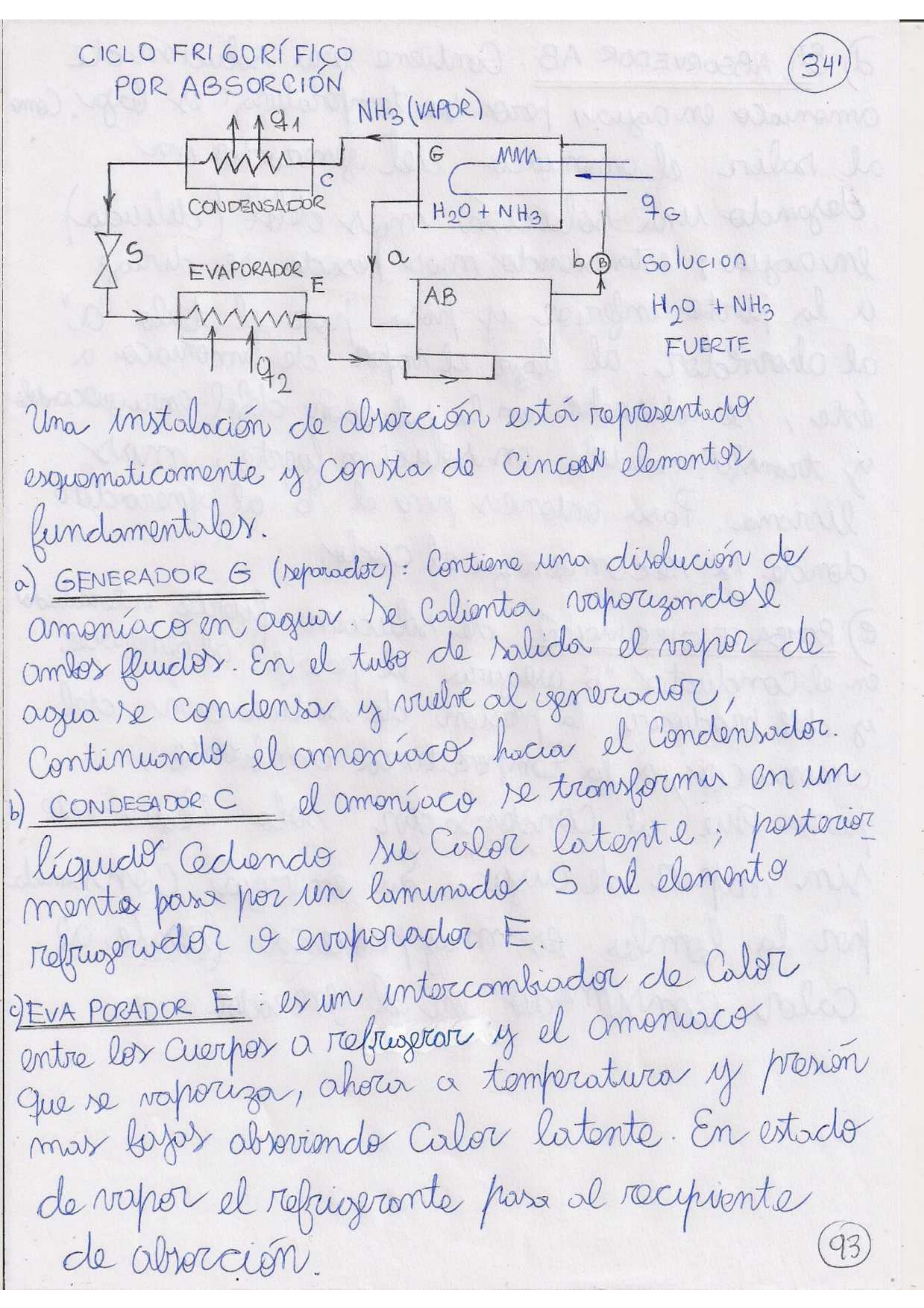
$\mathcal{E}_C = \frac{T_E}{T_C - T_E}$ (Efecto frigor. Carnot).

$\eta_C = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_C}$ (El rendimiento)

$$\mathcal{E} = \frac{Q_2}{L_B + L_A} = \frac{i_1 - i_9}{L_B + L_A}$$

Generalmente $\mathcal{E}$ llega a valores entre 6 y 8

CICLO FRIGORÍFICO POR ABSORCIÓN



Una instalación de absorción está representado esquematicamente y consta de Cincoo elementos fundamentales.

a) GENERADOR G (separador): Contiene una disolución de amoníaco en agua. Se calienta vaporizandose ambos fluidos. En el tubo de salida el vapor de agua se condensa y vuelve al generador, continuando el amoníaco hacia el Condensador.

b) CONDESADOR C el amoníaco se transforma en un líquido cediendo su calor latente; posterior-mente pasa por un laminado S al elemento refrigerador o evaporador E.

c) EVAPORADOR E: es un intercambiador de calor entre los cuerpos a refrigerar y el amoniaco que se vaporiza, ahora a temperatura y presion mas bajas absorviendo calor latente. En estado de vapor el refrigerante pasa al recipiente de absorción.

d) EL ABSORVEDOR AB: Contiene una solución de amoniaco en agua, pero su temperatura es baja. Como al salir el amoniaco del generador va dejando una solución mas debil (diluida) en agua; esta siendo mas pesada se dirige a la parte inferior y pasa por el tubo "a" al absorvedor. al llegar el vapor de amoniaco a éste, se disuelve en la solución debil enriqueciendola y transformandola en solucion fuerte, mas liviana. Pasa entonces por el "b" al generador donde se recomienza el ciclo.

e) BOMBA DE CIRCULACIÓN de solución fuerte intercalada en el conducto "b" asegura el pasaje al generador y debe producir la presion de saturación del amoniaco a la temperatura ambiente, para que al condensador solo llegue este sin vapor de agua. La energía consumida por la bomba es muy pequeña frente al calor consumido en el generador.

DESCARGA DE GASES Y VAPORES

UNIDAD 10

VELOCIDAD DEL SONIDO Y NUMERO MACH

La velocidad de propagación de una onda acústica en un medio elástico tridimencional, se puede expresar

① $V_S = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$ ρ: densidad del medio

DONDE $K = - \frac{\Delta P}{\Delta V / V}$ ②

ΔP: es el pulso de presión aplicado al medio

$\Delta V / V$: variación relativa del vol, correspondiente

(−) es porque es externo al medio.

K es el módulo de elasticidad volumétrico de la sustancia que constituye el medio en el que se produce la propagación.

El signo menos se debe a que el pulso de presión que actúa desde afuera provoca la disminución del volumen del sistema.

Laplace interpretó el proceso de propagación, se trata de un proceso isoentrópico, es decir adiabático reversible.

$$③ \; K = -\frac{dP}{dv}\, v$$

v → vol. esp. del gas

→ es posible expresarlo a K así!

por ley isoentrópica $P.v^{\gamma} = cte. = C$

$$P = C.v^{-\gamma}$$

$$\frac{dP}{dv} = -\gamma C.v^{-\gamma-1} = -\gamma.P.v^{\gamma}\,v^{-\gamma-1} = \frac{-\gamma\, P v^{\gamma}}{v^{\gamma+1}} = -\gamma P v^{-1}$$

y reemplazando en ③

$$K = -(-\gamma P.v^{-1})\,v = \gamma P \quad \text{y}$$

reemplazando en ①

$K = \gamma P$ $\quad v = \frac{1}{\rho}$

$$V_S = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma . P}{\rho}} = \sqrt{\gamma . P . v}$$ como $P v = RT$

$$\boxed{V_S = \sqrt{\gamma . R . T}}$$ solo por que es mas práctico medir la temperatura

$[m/s]$

En donde se pone en evidencia que para un gas determinado la velocidad del sonido es función solamente de la temperatura.

Se llama <u>NÚMERO MACH</u> a la relación entre la velocidad que se considere y la velocidad del sonido en el lugar de medición

$M = V/V_S$ { V: velocidad corriente en un punto; V_S: velocidad del sonido en el lugar }

$$\boxed{M = \frac{V}{V_S}}$$

- $M = 1$ Velocidad sónica
- $M < 1$ Vel. Subsónica
- $M > 1$ Vel. Supersónica

Ec. DE LA ENERGIA EN FUNCIÓN DEL NUMERO MACH

Considerando el caso de flujo estacionario de un fluido compresible en un conducto adiabatico que no realiza trabajo sobre el exterior ($z_1 = z_2$; $q = 0$; $l_e = 0$)

$$g z_1 + \frac{V_1^2}{2} + h_1 + q = g z_2 + \frac{V_2^2}{2} + h_2 + l_e$$

$$\boxed{h_1 - h_2 = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2}}$$

se verifica que el salto de entalpía es igual a la variación de la energía cinética.

$$(h_1 - h_2)2 = V_2^2 - V_1^2$$

$$2(h_1 - h_2) + V_1^2 = V_2^2$$

$$\boxed{V_2 = \sqrt{2(h_1 - h_2) + V_1^2}}$$

Si por un conducto de descarga un gas desde un tanque en donde la presión P_0 se mantiene Cte.; la Ec. de la energía se mantiene Cte.

$$\frac{V^2}{2} + \overbrace{C_p . T}^{h_1} = \overbrace{C_p T_0}^{h_0} \quad (1)$$

P_0, h_0, T_0 → V (P, h, T)

COND. SALIDA

CON. ESTANCAMIENTO

$h_0 = C_p \cdot T_0$

- T_0 → TEMP. ESTANCAMIENTO
- C_p → Calor específico a presión cte del gas.

$h_1 = C_p \cdot T$

- T → temp. del flujo en movimiento

$\frac{V_1^2}{2}$ es la velocidad de la corriente

$\left(V_{MAX} = \sqrt{2 C_p T_0} \quad T \longrightarrow 0 \right)$

por Mayer

Ⓐ $C_p - C_v = R$ ↘ y sabiendo que $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

$$\frac{C_p}{C_v} - \frac{C_v}{C_v} = \frac{R}{C_v}$$

$$\gamma - 1 = \frac{R}{C_v}$$

$$\boxed{C_v = \frac{R}{(\gamma - 1)}}$$

$$\frac{C_p}{C_p} - \frac{C_v}{C_p} = \frac{R}{C_p}$$

$$1 - \frac{1}{\gamma} = \frac{R}{C_p}$$

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma} = \frac{R}{C_p}$$

$$\boxed{C_p = \frac{R \cdot \gamma}{(\gamma - 1)}}$$

Si divido a ① por C_p

$$T + \frac{V^2}{2C_p} = T_0 \quad (2)$$

Dividiendo por T

$$1 + \frac{V^2}{2C_p\,T} = \frac{T_0}{T} \Rightarrow \boxed{\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{V^2}{2C_p\,T}} \quad (3)$$

Si reemplazo C_p en (3)

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2}\right)\underbrace{\left(\frac{V^2}{\gamma R T}\right)}_{\to M^2}$$

por def. de NUMERO MACH

$$\boxed{\frac{T_0}{T} = 1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2}\right) M^2}$$

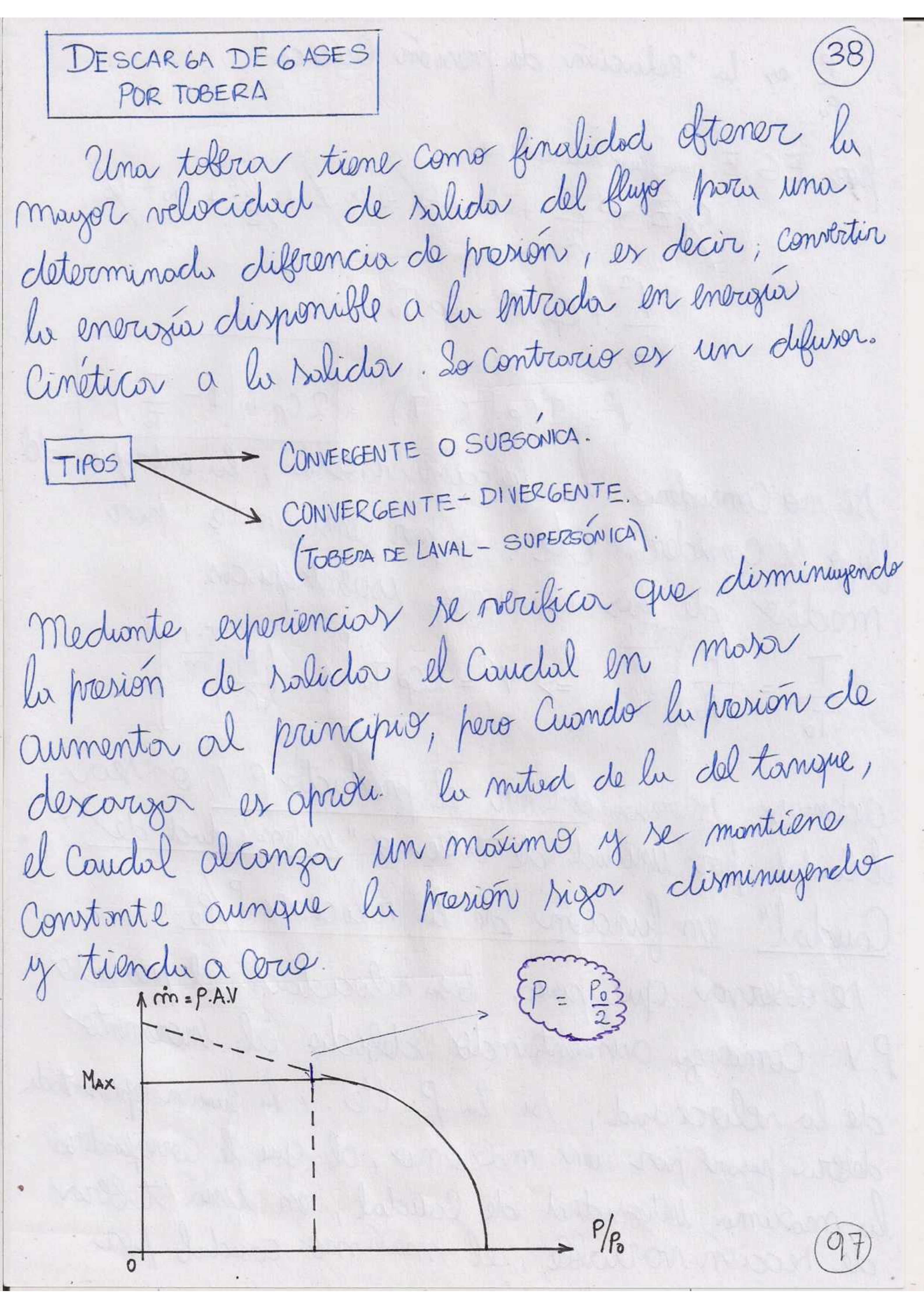
ECUACIÓN DE LA ENERGÍA EN FUNCIÓN DEL NUMERO MACH

teniendo en cuenta que $\frac{T_0}{T} = \left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}$ si esta transformación es isoentropica

(A)

$$\boxed{\frac{P_0}{P} = \left[\left(1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2}\right) M^2\right)\right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}}$$

Su validez esta restringida a flujo isoentropico, es decir el caso adiabatico y ademas reversible



DESCARGA DE GASES POR TOBERA

Una tobera tiene como finalidad obtener la mayor velocidad de salida del flujo para una determinada diferencia de presión, es decir; convertir la energía disponible a la entrada en energía cinética a la salida. Lo contrario es un difusor.

TIPOS →
- CONVERGENTE O SUBSÓNICA.
- CONVERGENTE - DIVERGENTE. (TOBERA DE LAVAL - SUPERSÓNICA)

Mediante experiencias se verifica que disminuyendo la presión de salida el caudal en masa aumenta al principio, pero cuando la presión de descarga es aprox. la mitad de la del tanque, el caudal alcanza un máximo y se mantiene constante aunque la presión siga disminuyendo y tienda a cero.

$\frac{P}{P_0}$ es la "Relación de presión Crítica"

por E.G.E. para flujo adiabatico

$$g.Z + \frac{V^2}{2} + h + q = g.Z + \frac{V_0^2}{2} + h_0 + le$$

$$\frac{V^2}{2} + C_p . T = C_p T_0$$

$$V^2 = 2 . C_p (T_0 - T) = \boxed{2 C_p T_0 \left(1 - \frac{T}{T_0}\right)}$$

Si no Considero la fricción viscosa, la entropía del flujo se considera Cte. y por Consiguiente por medio de las relaciones isoentropicas

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \Rightarrow V^2 = 2 C_p T_0 \left[1 - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]$$

además interesa obtener el producto $\rho . V$, o sea el Caudal por unidad de area o "intensidad de Caudal" en función de la relacion P/P_0

se observa que para baja velocidad el producto $\rho . V$ Comienza aumentando debido al incremento de la velocidad, si la ρ = cte. ; la funcion representada deberá pasar por un máximo, al que le corresponderá la máxima intensidad de Caudal, en una tobera de sección variable, el maximo caudal por

Unidad de area se verifica en la mínima sección transversal (la garganta).

$\frac{\dot{m}}{A} = \rho . V$

$\rho \to 0$

$\rho = cte$

P/P_0

0

1

para obtener $\frac{P}{P_0}$ que le corresponde, o sea la rel. de presión crítica, se debe igualar a 0 la derivada de la función $\rho . v$ con respecto a P/P_0, con derivada segunda negativa.

$$si\ V^2 = 2 . C_p . T_0 \left[1 - \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right] \to$$

DESPEJE DE MAYER

$$C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$$

$$V^2 = \frac{2 \gamma R . T_0}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right] \text{ (B)}$$

Teniendo en cuenta las relaciones isoentrópicas, se deduce

$P . v^{\gamma} = C \qquad P . \frac{1}{\rho^{\gamma}} = cte \qquad P_0 . \frac{1}{\rho_0^{\gamma}} = P . \frac{1}{\rho^{\gamma}} \qquad P_0 . \rho^{\gamma} = P \rho_0^{\gamma} \qquad \frac{P}{P_0} = \frac{\rho^{\gamma}}{\rho_0^{\gamma}} \qquad \sqrt[\gamma]{\frac{P}{P_0}} = \frac{\rho}{\rho_0}$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{P}{P_0} \right)^{1/\gamma} \qquad \rho = \rho_0 \left(\frac{P}{P_0} \right)^{1/\gamma} \text{ (1)}$$

elevando al Cuadrado

$$\rho^2 = \rho_0^2 \left(\frac{P}{P_0}\right)^{2/\gamma} \quad (c)$$

reemplazando

$$\rho . V = \sqrt{2 . C_p . T_0 . \rho_0^2 \left[\left(\frac{P}{P_0}\right)^{2/\gamma} - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}+\frac{2}{\gamma}}\right]}$$

$$\Rightarrow \boxed{\rho . V = \frac{\dot{m}}{A} = \sqrt{2 . C_p . T_0 . \rho_0^2 \left[\left(\frac{P}{P_0}\right)^{2/\gamma} - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right]}} \quad (1.1)$$

Llamada a Ecuación de Saint - Venant.

si la reemplazando C_p.

$$(\rho . V)^2 = \frac{2\gamma\ R . T_0 \rho_0^2}{\gamma - 1}\left[\left(\frac{P}{P_0}\right)^{2/\gamma} - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right]$$

La máxima intensidad se va a producir con la relacion de presiones es crítica

si el producto $\rho . V$ pasa por un máximo, ocurre lo mismo con el radicando. Luego sin tener en cuenta las constantes que dependen de las condiciones en el tanque, será necesario igualar a cero la derivada de la función

$$Y = X^{2/\gamma} - X^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \quad \text{en donde } X = \frac{P}{P_0}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2}{\gamma} \cdot X^{\frac{2}{\gamma}-1} - \frac{\gamma+1}{\gamma} \cdot X^{\frac{\gamma+1}{\gamma}-1} = 0$$

$$\frac{2}{\gamma} X^{\frac{2}{\gamma}-1} = \frac{\gamma+1}{\gamma} \cdot X^{\frac{\gamma+1}{\gamma}-1}$$

$$\frac{2}{(\gamma+1)} = \frac{X^{\frac{\gamma+1}{\gamma}-1}}{X^{\frac{2}{\gamma}-1}}$$

$$\frac{2}{\gamma+1} = \frac{X^{1+\frac{1}{\gamma}-1}}{X^{\frac{2-\gamma}{\gamma}}}$$

$$\frac{2}{\gamma+1} = \frac{X^{1/\gamma}}{X^{\frac{2-\gamma}{\gamma}}} \qquad \frac{1-2+\gamma}{\gamma} = \frac{-1+\gamma}{\gamma}$$

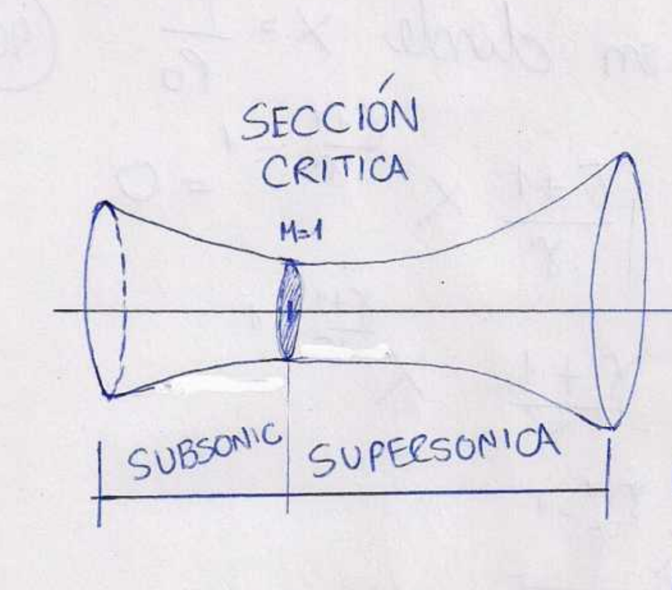
$$\frac{2}{\gamma+1} = X^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\Rightarrow X = \left(\frac{P}{P_0}\right)_{CRIT} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$P_{CRIT} = P_0 \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Cuando se hace crítica la presión de descarga, cuando la intensidad de flujo es máximo

TOBERA DE LAVAL



Si $M<1$ en la sección crítica será un difusor (la velocidad del fluido será menor a la salida).

VELOCIDAD CRITICA

$$V^2 = 2C_p(T_0 - T) = 2C_p T_0\left[1 - \frac{T}{T_0}\right]$$

$$\Rightarrow V^2 = 2 \cdot C_p \cdot T_0\left[1 - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]$$

$$V = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot T_0\left[1 - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}$$

sabiendo que $\left(\frac{P}{P_0}\right)_{CR} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$ RELACIÓN CRITICA DE PRESIONES

$$\therefore V_{CR} = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot T_0\left[1 - \left[\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}$$

$$= \sqrt{2 . C_p . T_0 \left[1 - \frac{2}{\gamma + 1} \right]}$$

donde $1 - \frac{2}{\gamma+1} = \frac{\gamma + 1 - 2}{\gamma + 1} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}$

$$V_{CR} = \sqrt{2 . C_p . T_0 \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}}$$

por Mayer $C_p = \frac{\gamma . R}{\gamma - 1}$

$$V_{CR} = \sqrt{\frac{2\gamma . R}{(\gamma - 1)} . T_0 . \frac{(\gamma - 1)}{\gamma + 1}}$$

$$\therefore \boxed{V_{CR} = \sqrt{\frac{2 \gamma}{\gamma + 1}} \cdot \sqrt{R . T_0}} \quad ó$$

$$V_{CR} = \sqrt{\frac{2 . \gamma . R}{\gamma + 1}} . \sqrt{T_0}$$

AREA CRÍTICA (sección de garganta)

Del teorema del desarrollo de la energía en función del número Mach

1°) $\frac{T_0}{T} = 1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2} \right) M^2$ si $\frac{T_0}{T} = \left(\frac{P_0}{P} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}$ =>

$$\Rightarrow \frac{P_0}{P} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\therefore \quad \frac{P_0}{P} = \left[1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) \cdot M^2\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

el numero mach M debe ser 1 en la garganta

$$\Rightarrow \frac{P_0}{P} = \left[1 + \frac{\gamma-1}{2}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\frac{P}{P_0} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{2+\gamma-1}{2}\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\left(\frac{P}{P_0}\right)_{CRIT} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

de (1.1) $\frac{\dot{m}}{A} = (\rho \cdot V) = \sqrt{2 . C_p . T_0 \rho_0^2 \left[\left(\frac{P}{P_0}\right)^{2/\gamma} - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right]}$

por Mayer $\Rightarrow C_p = \frac{\gamma R}{\gamma-1}$

$$\left(\frac{\dot{m}}{A}\right)_{CRIT} = \sqrt{\frac{2 . \gamma . R . T_0}{(\gamma-1) v_0^{\,2}} \left[\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}} - \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}\right]}$$

($\frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{\gamma+1}{\gamma}$ → $\frac{\gamma+1}{\gamma-1}$)

$$= \sqrt{\frac{2 \gamma . P_0 . v_0}{(\gamma-1) v_0^{2}} \left[\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}} - \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}\right]}$$

Sacando factor común $\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}}$

$$\frac{\dot{m}}{A} = \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)}\left(\frac{P_0}{v_0}\right)\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}}\left[1-\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}-\frac{2}{\gamma-1}}\right]}$$

$$\frac{\gamma+1}{\gamma-1}-\frac{2}{\gamma-1}=1$$

$$= \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)}\cdot\left(\frac{P_0}{v_0}\right)\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}}\left[1-\frac{2}{\gamma+1}\right]}$$

$$\frac{\gamma+1-2}{\gamma+1}=\frac{\gamma-1}{\gamma+1}$$

$$= \sqrt{\frac{2\cdot\gamma}{(\gamma-1)}\cdot\left(\frac{P_0}{v_0}\right)\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}}\left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{m}}{A_{CR}} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma+1}\left(\frac{P_0}{v_0}\right)\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}}}$$

$$\boxed{A_{CR} = \frac{\dot{m}}{\sqrt{\left(\frac{2\gamma}{\gamma+1}\right)\left(\frac{P_0}{v_0}\right)\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}}}}}$$

LEY DE AREAS

Una tobera de Laval es un conducto con variación de su sección transversal, con un área mínima que se denomina "garganta".

El flujo en la zona convergente es subsónico y como máximo en garganta $M = 1$.

Para interpretar la posibilidad de alcanzar mayor velocidad en la parte divergente, es decir supersónico, consideramos la ecuación de Continuidad

(densidad en sección crítica) (A. de garganta)

$$\dot{m} = \rho . V . A = \rho^* . V^* . A^*$$

(V^* → vel. del sonido)

$* \equiv$ Condición crítica

Se tenemos

$$\frac{A}{A^*} = \frac{\rho^* \, V^*}{\rho . V}$$

LEY DE LAS AREAS

Para una misma relación de areas se obtiene dos posibles condiciones en el flujo isoentrópico; una a velocidad subsónica y otra a velocidad supersonica

Si reemplazamos en la ecuación de

SAINT-VENANT en ambos casos.

$$\frac{A}{A^*} = \sqrt{\frac{\left(\frac{P}{P_0}\right)_{CR}^{2/\gamma} - \left(\frac{P}{P_0}\right)_{CR}^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}}{\left(\frac{P}{P_0}\right)^{2/\gamma} - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}}}$$

LEY DE LAS AREAS

Se puede representar

tiene dos ramas asintoticas. Con en la garganta $M=1$, la de la derecha corresponde al flujo subsonico y la de la izquierda al supersonico. Es evidente que la función A/A^* representa la forma de una tobera convergente - divergente

P/P_0 y M se relacionan por medio de la relacion Ⓐ de 10.2

TERMOTRANSFERENCIA — UNIDAD 13

existen 3 formas de transferencia de Calor, Conducción, Convección y radiación.

• **CONDUCCIÓN**: El proceso de transferencia de Calor se realiza por Contacto directo entre los atomos de un cuerpo, por movimiento de micro partículas.

En los gases se da por difusión molecular; en los líquidos y solidos dielectricos por propagación de ondas elásticas, en los metales por los electrones libres.

Experimentalmente se verifica

$$q \simeq -\left(\frac{\partial T}{\partial \bar{n}}\right) \quad (A)$$

el calor por Conducción es prop. al gradiente de temperatura

sentido decreciente ⊖

$T_1 > T_2$

$\bar{n}$ es la dirección normal a las líneas isotermicas, expresandose por la siguiente ec. Conocida como Ley de Fourier

$$\dot{q} = -K \cdot \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} \cdot A$$

T2

T1

$\bar{n}$

A

en donde:

$\dot{q} \rightarrow$ Calor transferido por unidad de tiempo en Watt.

$A \rightarrow$ Area de la sección transversal al flujo de Calor m^2

$K \rightarrow$ Conductividad térmica (depende del material)

el menos Corresponde al flujo de Calor en el sentido de las temperaturas descendientes, por lo cual el gradiente térmico es negativo.

En una pared plana, homogenea y con regimen estacionario

$\dot{q} = -K \frac{T_2 - T_1}{e} . A$

$$\dot{Q} = K \frac{T_1 - T_2}{e} A$$

T, e, K, T_1, T_2, $\dot{Q}$, X

$T_1 > T_2$

e: espesor de pared

A: area transversal

• CONVECCIÓN: por movimiento de un fluido. El Concepto de fluido abarca a las sustancias que se deforman de manera Continua bajo la acción de esf. tangenciales, es decir que se trata de gases, líquidos y vapores.

Es Causado por el movimiento de micropartículas del fluido desde una región a otra. La Convección siempre acompaña a la Conducción, es inevitable

es contacto directo entre las moleculas del fluido a distintas temperaturas.

existen dos tipos de conección; la natural o libre y la forzada. En la natural el movimiento del fluido se debe a la diferencia de densidades entre sus particulas debidas a sus distintas temperaturas. En la conección forzada se causa por un agente exterior (bomba, ventilador, viento, etc).

La Ley de Newton, transf. de calor por conección en la unidad de tiempo

$$\boxed{\dot{Q} = \bar{h}(t_F - t_P)A}$$

t_F: temp. fluido
t_P: temp. pared
(el parentesis es el valor absoluto).

$\bar{h}$: coef. de pelicula o de termotransferencia por convección ; A: es la sup. de la pared en contacto con el fluido.

VALORES DE $\bar{h}$:

- AIRE CONVECCION NATURAL: 5-25 W/m^2K
- AIRE CONVECCIÓN FORZADA: 25 a 150 W/m^2K
- ACEITE en CONV. FORZ. 50 a 1500 W/m^2K
- AGUA EN " " : 250 a 10000 W/m^2K
- " " " " HIRVIENDO: 250 a 50000 W/m^2K
- " " " " CONDENSACIÓN: 5000 a 100 000 W/m^2K

• **RADIACIÓN:**

La transferencia se realiza por ondas electromagnéticas que se propagan en el vacío a la velocidad de la luz (Calor Solar).

Todo cuerpo emite radiación térmica a expensas de su energía interna en forma proporcional a la cuarta potencia de su temp. absoluta. La ley de Stefan-Boltzmann establece que la energía radiante es

$$\boxed{E_R = \sigma . T^4}$$

$\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\ W/m^2 K^4$ es la Cte. de Stefan - Boltzmann.

La radiación depende de la naturaleza de la sustancia, de su temperatura, del estado de la superficie emisora y en los gases; de su espesor y presión.

En sólidos y líquidos participan pequeñas capas superficiales, siendo la capa radiante es de alrededor del micrometro y en aislantes de un mililitro. En los gases es volumétrica

El Calor transferido por radiación es de naturaleza volumétrica.

La ley de transferencia de Calor por unidad de tiempo entre dos cuerpos a temperaturas T_1 y T_2. se puede expresar.

$$\dot{Q} = 5,67 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] A_1 . F_{1,2}$$

A_1 es sup. de un cuerpo

$F_{1,2}$ es el factor de forma basado en A_1 ; tiene en cuenta la disposición geométrica entre ambos cuerpos y sus emisividades ya que ambos cuerpos emiten solo una fracción de la radiación termica emitida por el radiador ideal o cuerpo negro.

Conducción en Paredes superpuestas

Resistencia térmica

El flujo de Calor transferido por Conducción

$$\dot{Q} = K \frac{T_1 - T_2}{e} A = \frac{\Delta T}{\frac{e}{K \cdot A}} = \frac{\Delta T}{R}$$

e_1 e_2 T_1 T_2 T_3 K_1 K_2 $\dot{Q}$

$$\boxed{R = \frac{e}{K.A}}$$

Resist. por conducción (similar a Ley de Ohm).

La temp. es potencial térmico

en el caso de dos paredes superpuestas se deduce:

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_1} = \frac{T_2 - T_3}{R_2} \quad (1)$$

por ley de PROPORCIONES "La suma de los antecedentes es la suma de los consecuentes, como un antecedente es a su consecuente".

$$\dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2) + (T_2 - T_3)}{R_1 + R_2} = \frac{T_1 - T_3}{R_T}$$

$R_T = R_1 + R_2$, para un numero n de paredes superpuestas

$$\boxed{\dot{Q} = \frac{T_i - T_{n+1}}{R_T}} \qquad R_T = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

se puede expresar la temp. en un plano intermedio de (1).

$$T_2 = T_1 - \dot{Q} . R_1$$

Conducción en paredes superpuestas cilíndricas y esféricas.

por Ley de Fourier $\quad \dot{Q} = -K \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} A \; [W]$

(sep variable) $\quad \dot{Q} \frac{d\bar{n}}{A} = -K\, dt$

$\dot{Q}$ = cte. en regimen estacionario

$$\dot{Q} \int_{n_1}^{n_2} \frac{d\bar{n}}{A} = -K \int_{T_1}^{T_2} dt = -K (T_2 - T_1)$$

(A)
$$\dot{Q} = \frac{K (T_1 - T_2)}{\int_{n_1}^{n_2} \frac{d\bar{n}}{A}}$$

Con paredes cilíndricas la dirección normal es la del radio y para una cañería de longitud l, aplicando (A)

$\dot{Q}$ T_1 T_2 r_1 r_2 ℓ

$$Si \int_{r_1}^{r_2} \frac{d\bar{r}}{A} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{2\pi . r . \ell} = \frac{1}{2\pi . \ell} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}$$

$$= \frac{1}{2\pi \ell} . Ln|r| \Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{1}{2\pi \ell} . Ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

Reemplazando en (A)

$$\boxed{\dot{Q} = \frac{2\pi . \ell . K (T_1 - T_2)}{Ln(r_2/r_1)}} \Rightarrow ; \; R = \frac{Ln(r_2/r_1)}{2\pi . \ell . K}$$

Con paredes cilíndricas superpuestas se puede expresar

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_T} \quad Con \; R_T = \sum Ri \; y \; Ri = \frac{Ln(r_{i+1}/r_i)}{2\pi . K_i . \ell}$$

Ri es la resistencia térmica para paredes cilíndricas superpuestas.

En paredes esféricos

$$\int \frac{dn}{A} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{4\pi r^2} = \frac{1}{4\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = -\frac{1}{4\pi} r^{-1} \Big|_{r_1}^{r_2}$$

$$= \boxed{\frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}$$

reemplazando en (A)

$$\boxed{\dot{Q} = \frac{4\pi . K (T_1 - T_2)}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} = \frac{\Delta T}{R_T}}$$

siendo

$$R_T = \sum_{i=1}^{\infty} R_i$$

$$\boxed{R_i = \frac{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}}}{4\pi . K_i}}$$

TRANSMISION SIMULTANEA
CONDUCCIÓN - CONVECCIÓN

la termotransferencia se realiza siempre en forma simultanea por medio de tres formas de propagación. Sin embargo es posible despreciar una o dos si estas son preponderantes.
Por ej. en los intercambiadores de Calor, cuando las temperaturas no son elevadas se tienen en cuenta

solamente la Conducción y la Convección en simultaneo. (rad despreciada)
Se consideran una pared de espesor e, cuya conductividad térmica es K, en ambos circulan fluidos con coef. de película son h_1 y h_2 respectivamente.

La temperatura se representan de esta manera en condiciones estacionarias, el flujo de calor $\dot{Q}$ es cte en estos casos.

Existe convección entre T_1 y T_A (POR NEWTON)

1) $\dot{Q} = \bar{h}_1 (T_1 - T_A) A \Rightarrow \dot{Q} \dfrac{1}{\bar{h}_1 A} = T_1 - T_A$

2) Conducción entre la pared $\dot{Q} = K \cdot \dfrac{(T_A - T_B)}{e} A \Rightarrow \dot{Q} \dfrac{e}{K A} = T_A - T_B$

3) $\dot{Q} = \bar{h}_2 (T_B - T_2) A \Rightarrow \dot{Q} \dfrac{1}{\bar{h}_2 A} = T_B - T_2$

Sumando m a m.

$$\frac{\dot{Q}}{A}\left(\frac{1}{\bar{h}_1} + \frac{e}{K} + \frac{1}{h_2}\right) = T_1 - \cancel{T_A} + \cancel{T_A} - \cancel{T_B} + \cancel{T_B} - T_2$$

$$= T_1 - T_2$$

si hacemos $\frac{1}{U} = \frac{1}{\bar{h}_1} + \frac{e}{K} + \frac{1}{\bar{h}_2}$

U → Coef. de transmisión total ;

$$\dot{Q} = U(T_1 - T_2)A$$

siendo $e/_{K}A$ la resistencia térmica de pared plana ; $1/_{h}A$ la resistencia termica de conección y $1/_{U.A}$ es la resistencia térmica total.

Para el caso de conducción y convección simultanea son paredes planas superpuestas se puede expresar

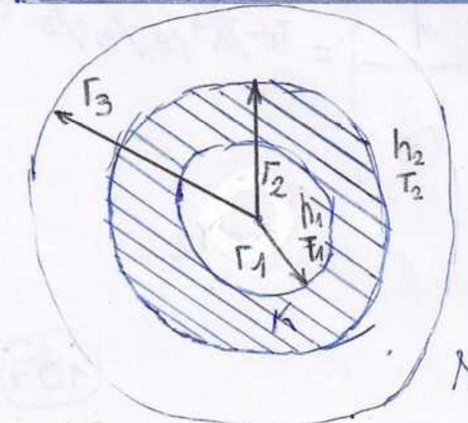
$$\frac{1}{U.A} = \frac{1}{h_1 A} + \frac{1}{A}\sum_{i=1}^{n}\frac{e_i}{K_i} + \frac{1}{h_2 A} = R_{T.\,TOTAL}$$

$$\dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{TT}}$$

↳ Resistencia termica total.

TRANSMISIÓN SIMULTANEA PARA SUPERFICIES CILINDRICAS

Para una pared Cilindrica



$$\frac{1}{UA} = \frac{1}{2\pi . r_1 . l . h_1} + \frac{Ln(r_2/r_1)}{2\pi . K . l} + \frac{1}{2\pi . r_2 . l . h_2}$$

se considera cable con unmat de K

Considerando varias paredes Cilíndricas Concentricas

$$\frac{1}{U.A} = \frac{1}{2\pi \cdot r_1 \cdot l \cdot h_1} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{Ln\left(r_{i+1}/r_i\right)}{2\pi \cdot K_i \cdot l} +$$

$$+ \frac{1}{2\pi \cdot r_{i+1} \cdot l \cdot h_2}$$

Espesor Crítico de aislamiento

El aumento de aislante exterior de tubos delgados o alambres no siempre reduce la transferencia de calor.

Para un tubo de una sola pared de radio r_1 fijo, el aumento del radio exterior r_2 (espesor de aislamiento) puede disminuir la resistencia total y por lo tanto incrementar el flujo de calor en forma contradictoria al efecto esperado.

Se considera el cable

NO PONGO AL TERCER TERMINO YA r_1 es FIJO (r_1 = cte)

en el aislante.

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_T} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{Ln(r_2/r_1)}{2\pi \cdot K \cdot l} + \frac{1}{2\pi \cdot r_2 \cdot h \cdot l}}$$

$$= \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{2\pi \cdot K \cdot l}\left(Ln\left(r_2/r_1\right) + \frac{K}{r_2 \cdot h}\right)}$$

$$\Rightarrow \dot{Q} = \frac{2\pi K \cdot l\,(T_1 - T_2)}{Ln\left(r_2/r_1\right) + \frac{K}{r_2 \cdot h}}$$

r_1 es fijo ; Q es funcion de r_2 que se obtiene igualando a 0 la derivada primera con derivada segunda negativa.

$$\frac{d\dot{Q}}{dr_2} = -\frac{2K\pi \cdot l\,(T_1 - T_2)\left(1/r_2 - K/h \cdot r_2^2\right)}{\left[Ln\left(r_2/r_1\right) + \frac{K}{r_2 \cdot h}\right]^2} = 0$$

lo unico que puede ser $= 0$.

$$\Rightarrow \frac{1}{r_2}\left(1 - \frac{K}{h \cdot r_2}\right) = 0$$

$$r_2 \neq 0 \Rightarrow \frac{K}{h r_2} = 1$$

$$\frac{K}{h \cdot r_2} = 1 \Rightarrow \boxed{r_2 = r_{CR} = \frac{K}{h}}$$

r_{CR} es el radio crítico y es el radio exterior para transferencia de calor máxima

Ec. General de la Conductividad

$\dot{Q}$, $d\dot{Q}_x$, $d\dot{Q}_x + dx$, dx, dy, dZ, x, y, Z

T en un cuerpo es $T = f(x, y, Z, t)$ se considera un cuerpo de volumen dV; sobre la superficie $dy\,dZ$ entra el flujo de calor $d\dot{Q}_x$ en la dirección X y en $X + dX$ sale $d\dot{Q}_x + dx$

$$dQ_x = -K \cdot \frac{\partial T}{\partial x}\, dy \cdot dZ$$ (por Fourier) y

el flujo de calor saliente en $X + dx$ es igual al entrante más su expresión incremento diferencial en la dirección x.

$$d\dot{Q}_x + dx = -K \cdot \frac{\partial T}{\partial x}\, dy \cdot dZ + \frac{\partial}{\partial x}\left(-K \frac{\partial T}{\partial x} dy\, dz\right) dx$$

la dif. entre el calor que entra y sale se expresa

$$d\dot{Q}_x - d\dot{Q}_x + dx = K \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \overbrace{dy\, dz\, dx}^{dv}$$

Concluimos que el flujo neto del calor suministrado al cuerpo $d\dot{Q}$ resulta igual a la suma de las tres contribuciones según los ejes coordenados X, Y, Z ∴

$$d\dot{Q} = K\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) dV$$

$$d\dot{Q} = K \nabla^2 T\, dV \quad (1)$$

Si consideramos fuentes internas de calor, siendo $\dot{q}$ el calor generado en el cuerpo por unidad de volumen y de tiempo, se deduce la ec. para balance energético

$$d\dot{Q} + \dot{q}\, dV = c\,\overbrace{\rho \cdot dV}^{masa}\, \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2)$$

ρ → densidad

c → Ce

reemplazo $d\dot{Q}$ de 1 en 2

$$K \cdot \nabla^2 T \cdot dV + \dot{q}\, dV = C \cdot \rho \cdot dV \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

si divido por K dV

$$\nabla^2 T + \frac{\dot{q}}{K} = \left(\frac{C \cdot \rho}{K}\right) \frac{\partial T}{\partial t}$$

$\alpha = \frac{K}{C \cdot \rho} \left[m^2/S\right]$ se llama coeficiente de difusión calórica.

$$\boxed{\nabla^2 T + \frac{\dot{q}}{K} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial t}} \quad (3)$$

EC. GENERAL DE LA CONDUCTIVIDAD

valida para la distribución de temperaturas en régimen inestacionario con fuentes internas de calor en un cuerpo que tenga propiedades uniformes.

(A) si el cuerpo no tiene fuentes de calor, la ec. (3) se reduce a Ec. de Fourier

$$\nabla^2 T = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \qquad \dot{q} = 0 \quad \partial T/\partial t \neq 0$$

(B) si el régimen es estacionario pero hay fuentes de calor, se reduce a la ecuación de Poisson.

$$\nabla^2 T + \frac{\dot{q}}{K} = 0 \qquad \dot{q} \neq 0 \quad \partial T / \partial t = 0$$

Ⓒ y en régimen estacionario sin fuentes de calor, se reduce a la ecuación de Laplace.

$$\nabla^2 T = 0 \qquad \dot{q} = 0 \quad \partial T / \partial t = 0$$

CONDUCCION EN REGIMEN ESTACIONARIO

Consideramos el flujo por conducción a través de una pared plana.

La temperatura varía solamente en la dirección x,

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0$$

K

$T_1 > T_2$

T_1

T_2

x

e

si integramos esta ecuación diferencial se obtiene

Ⓐ $\frac{dT}{dx} = C_1$ ⟶ (Integrando de nuevo) $T = C_1 X + C_2$ Ⓑ

C_1 y C_2 son ctes de integración que se determinan por condiciones de contorno.

para $X = 0 \longrightarrow T = T_1 \longrightarrow C_2 = T_1$

$X = e \longrightarrow T = T_2 \longrightarrow T_2 = C_1 \cdot e + C_2 = C_1 e + T_1$

$$\Rightarrow C_1 = \frac{T_2 - T_1}{e}$$

reemplazando en (A) se obtiene:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_2 - T_1}{e}$$; reemplazando en (B)

$$T = \frac{T_2 - T_1}{e} \cdot x + T_1 = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{e} x$$

La distribución de temperatura dentro del cuerpo es una función lineal y el gradiente es negativo

Si integramos $\dot{Q} = -K \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} A$ para pared plana, con las siguientes hipotesis simplificativas (Regimen estacionario, cuerpo termicamente isotrópico con K independiente de la temperatura.

$$\dot{Q} = -K \frac{T_2 - T_1}{e} \cdot A = K \frac{T_1 - T_2}{e} A$$

Se toma el valor K medio entre dos temperaturas.

TRANSFERENCIA POR CONDUCCIÓN INESTACIONARIA

En regimen inestacionario se verifica la ecuación de Fourier.

$$\nabla^2 T = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T$$

siendo $T = f(x, y, z, t)$

Si Considero flujo de calor en una sola dirección. La ec. diferencial se reduce a

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

siendo $\alpha = \frac{K}{C \cdot \rho}$ el Coeficiente de difusión Calorica.

La solución general de la ecuación anterior será

$$T = A + BX + C \cdot e^{-Dt} \cdot e^{EX}$$

donde A, B, C, D y E son ctes de integración

Una de ellas (soluciones) se puede expresar mediante la función error "erf"; erf(n); se puede expresar

$$T = A + B \cdot X + C \cdot erf(n)$$ SOLUCIÓN PARTICULAR

siendo

$$erf(n) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^n e^{-n^2} dn \quad \text{Con } n = \frac{X}{2\sqrt{\alpha t}}$$

La función error definida por la expresión anterior y representa una curva universal. para $\eta \to \infty$ la función tiende asintóticamente a uno.

Si tenemos una pared plana, su T_0 es cte, la temp. de una superficie es T_1 luego de elevarse bruscamente. Se desea obtener la temperatura de un plano ubicado a la distancia X al cabo de un tiempo t

a) $t=0$ y $X=X \to T=T_0$ excepto en $X=0$

b) $t=0$ y $X=0 \to T=T_1$

→ si t y x → a 0

$$\eta = \frac{X}{2\sqrt{\alpha t}} \to 0 \begin{cases} x \to 0 \\ t \to 0 \end{cases} \Rightarrow erf(\eta) = 0$$

el numerador tiende a 0 más rápido.

Si reemplazo en el polinomio solución.

$$T_1 = A + B.0 + C.0 \Rightarrow A = T_1$$

de la Condición (a)

$$\eta = \frac{X}{2\sqrt{\alpha t}} \longrightarrow \infty \Rightarrow erf(\eta) = 1$$

$\quad \llcorner_{\to 0}$

Luego de la solución general

$$T_0 = A + B.X + C$$

T_0 es independiente de X ; $B = 0$

Con lo Cual resulta

$$T_0 = T_1 + C \quad y \quad C = T_0 - T_1$$

incorporando estos valores a la expresión se obtiene.

$$T = T_1 + (T_0 - T_1) . erf(\eta) = T_1 - (T_1 - T_0)\, erf(\eta)$$

$$Q = -K \cdot \frac{\partial T}{\partial X} A$$

TERMOTRASF. POR CONVECCION

$$\dot{Q} = \bar{h} \cdot \Delta T \cdot A \ [W]$$

$\bar{h}$: coef de película promedio en A, ΔT es V.ABS del intervalo de temperaturas entre la pared y el fluido a una distancia suficientemente alejada de la pared de modo que se pueda considerar cte.

$\bar{h}$ es función del tipo de flujo, propiedades del fluido y de la geometría del sistema; puede variar de punto a punto. El Coef. de película local h esta dado por

$$d\dot{Q} = h \cdot \Delta T \cdot A$$

el Coef. promedio se puede expresar en función del local, por medio de

$$\bar{h} = \frac{1}{A} \int_A h \cdot dA$$

es necesario Conocer los fundamentos de la dinámica de los fluidos; es importante saber si se trata de flujo laminar o turbulento

• **FLUJO LAMINAR**: Las partículas se mueven sin mezclarse, paralelamente a las paredes del conducto y a la trayectoria de las otras partículas. Cuando se da este flujo, solo se transfiere el calor por difusión molecular.

• **FLUJO TURBULENTO**: las partíc. poseen un movimiento desordenado de fluctuación alrededor de una velocidad media $\bar{V}_1$, es decir que sobre una base estadística el movimiento del conjunto de partículas es regular y previsible.

APLICACIÓN DEL ANÁLISIS DIMENSIONAL TEOREMA π.

Se utilizan dos sistemas dos sistemas dimensionales en la mecánica: (F, L, T, Θ) (fuerza, longitud, tiempo y temperatura).

(M, L, T, Θ) → (masa, longitud, tiempo y temp)

superficie - L^2

volumen - L^3

velocidad - $L.T^{-1}$

aceleración - LT^{-2}

densidad - LT^{-3}

Presión - $F.L^2$

ambos están relacionados por la segunda ley de Newton

$$F = m.a \triangleq MLT^{-2}$$

TEOREMA π: "Si un fenómeno físico depende de "n" magnitudes y se describe mediante m unidades fundamentales, se pueden formar n-m parámetros adimensionales π que están relacionados en forma funcional"

Es decir que el teorema "π" establece que el fenómeno que se estudia depende de n-m cantidades adimensionales, y que estos parámetros no son independientes si no que están relacionados fundamentalmente, es decir que existe una función.

$$f(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-m}) = 0$$

o en forma explícita

$$\pi_1 = f_1(\pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-m}).$$

No se especifica la forma de la función.

Ejemplo

Se supone un fluido que se mueve por dentro o por fuera de un conducto, además se supone que el coeficiente de película dep. de la velocidad de la corriente, del diámetro del conducto y de la densidad, viscosidad conductividad y calor específico a presión cte. del fluido, es decir

$$h = f(v, \phi, \rho, \mu, k, C_p)$$

(μ → VISCOCIDAD; k → CONDUCTIVIDAD TERMICA)

$$\left(\begin{matrix} 6 + h = 7 \\ n = 7 \end{matrix} \right)$$

Luego es $n = 7$ y $m = 4\ (M, L, T, \theta)$, ∴ $n - m = 3$, lo cual significa que se obtendrán 3 parámetros adimensionales (π_1, π_2, π_3).

$$\Rightarrow f(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = 0 \rightarrow \text{garantizado por el teorema.}$$

En primer lugar se deben expresar todas las magnitudes en el sistema $MLT\theta$, de este modo se obtiene:

$V \triangleq L.T^{-1}$ $\quad \emptyset \triangleq L$ $\quad \rho \triangleq M.L^{-3}$

por ejemplo para el coeficiente de viscosidad se parte de la ley de la viscosidad de Newton:

→ tension tangencial

$$\tau = \mu . \frac{\partial V}{\partial y} \triangleq F.L^{-2}$$

N/m² → Pa

μ [Pa . S]

$\frac{\partial V}{\partial y}$ ↳ gradiente de velocidad en la dirección normal a la Corriente

Despejando

$$\mu = \frac{\tau}{\frac{\partial V}{\partial y}} \triangleq \frac{F.L^{-2}}{L.T^{-1}L^{-1}} \triangleq F.L^{-2}\,T$$

por 2ª ley de Newton relaciono fuerza con masa

$$\mu \triangleq F.L^{-2}.T \triangleq M.L.T^{-2}.L^{-2}.T$$

$$\Rightarrow \mu \triangleq M.L^{-1}.T^{-1}$$

$\Rightarrow \mu \triangleq M.L^{-1}.T^{-1}$

$K \triangleq M.L\,T^{-3}.\Theta^{-1}$

$C_p \triangleq L^{2}.T^{-2}\,\Theta^{-1}$

$h \triangleq M T^{-3}.\Theta^{-1}$

se puede expresar que h sea proporcional al producto de las otras magnitudes elevadas a exponentes que son las incognitas del problema o sea.

$$h \propto V^a \phi^b \rho^c \mu^d K^e C_p^f \qquad (7.5)$$

reemplazando a las magnitudes por sus unidades fundamentales

$$M T^{-3} \Theta^{-1} \triangleq (L . T^{-1})^a . (L)^b . (M . L^{-3})^c . (M . L^{-1} . T^{-1})^d . (M . L T^{-3} \Theta^{-1})^e .$$

$$. (L^2 . T^{-2} \Theta^{-1})^f$$

e igualamos, con respecto a cada una de las unidades fundamentales, la suma algebraica de los exponentes de igual base

a) $M: 1 = c + d + e$

b) $T: -3 = -a - d - 3e - 2f$

c) $\Theta: -1 = -e - f$

d) $L: 0 = a + b - 3c - d + e + 2f$

forman un sistema de 4 ecuaciones lineales con seis incognitas, podemos expresar cuatro incognitas en función de dos de ellas, por ejemplo c y f

De (c) $-1 = -e - f \Rightarrow \boxed{e = 1 - f}$

De (a) $1 = c + d + e$

$1 = c + d + 1 - f \Rightarrow \boxed{d = f - c}$

De (b)

$3 = a + d + 3e + 2f$

$\Rightarrow 3 = a + f - c + 3 - 3f + 2f \Rightarrow \boxed{a = c}$

De (d)

$0 = a + b - 3c - d + e + 2f$

$= c + b - 3c - f + c + 1 - f + 2f$

$\Rightarrow 0 = b - c + 1 \Rightarrow \boxed{b = c - 1}$

Si reemplazo en (7.5)

$$h \propto V^a \phi^b \rho^c \mu^d K^e C_p{}^f$$

$$h \propto V^a \phi^{c+1} \rho^c \mu^{f-c} \cdot K^{1-f} \cdot C_p{}^f$$

$$\Rightarrow h \propto \left(\frac{K}{\phi}\right) \left(\frac{V \cdot \phi \cdot \rho}{\mu}\right)^c \left(\frac{\mu \cdot C_p}{K}\right)^f$$

Se obtuvieron tres parámetros adimensionales

$$\boxed{\frac{h.\phi}{K} = \left(\frac{V.\phi.\rho}{\mu}\right)^c \left(\frac{\mu.C_p}{K}\right)^f}$$

NÚMERO DE PRANDTl

NÚMERO DE REYNOLDS

NUMERO DE NÜSSELt.

La importancia del teorema π se debe, en primer lugar a que permite deducir un número determinado de parámetros adimensionales, y en segundo término a que para el fenómeno que se estudia dichos parámetros están relacionados funcionalmente, o sea que realmente existe la función

$$f(R_e, P_r, N_u) = 0$$

$$\Rightarrow h \triangleq \left(\frac{K}{\phi}\right)\left(\frac{V.\phi.\rho}{\mu}\right)^c \left(\frac{\mu.C_p}{K}\right)^f$$

$$\Rightarrow \underbrace{\left(\frac{h.\phi}{K}\right)}_{\pi_1} \triangleq \underbrace{\left(\frac{V.\phi.\rho}{\mu}\right)^c}_{\pi_2} \underbrace{\left(\frac{\mu.C_p}{K}\right)^f}_{\pi_3}$$

π_1: NUSSELT

π_2: REYNOLDS

π_3: PRANDT

$\Rightarrow f(N_u, Re, P_R) = 0$

$\hookrightarrow$ $N_u = f(Re, P_r)$ DONDE $N_u = cte \cdot Re^C \cdot P_r^F$

Si considero a $P_r = 1$; $N_u = cte \cdot Re^C \cdot P_r^F$

$\Rightarrow N_u = cte \cdot Re^C$ (si considero un fluido VIZCOSO, podemos tomar $P_r = 1$)

$\log N_u = \log cte + C \cdot \log Re$ → (ecuacion de una recta en coord logarítmica).

$\tan \phi = C = \frac{A}{B}$ (C es coef. angular).

$P_r = 1$

Log(N_u)

A

ϕ

B

Log(Re)

Log(N_u)

P_{r_1}

P_{r_2}

P_{r_3}

Log(Re)

Si se quiere hacer un grafico para distintos fluidos

$$\frac{N_u}{R_e^c} = cte \cdot P_r^f$$

$$L_g \left(N_u / R_e^c \right) = L_g \, cte + F \cdot Log \left(P_r \right)$$

Lg Nu/Re^c

α

Y

X

Log Pr

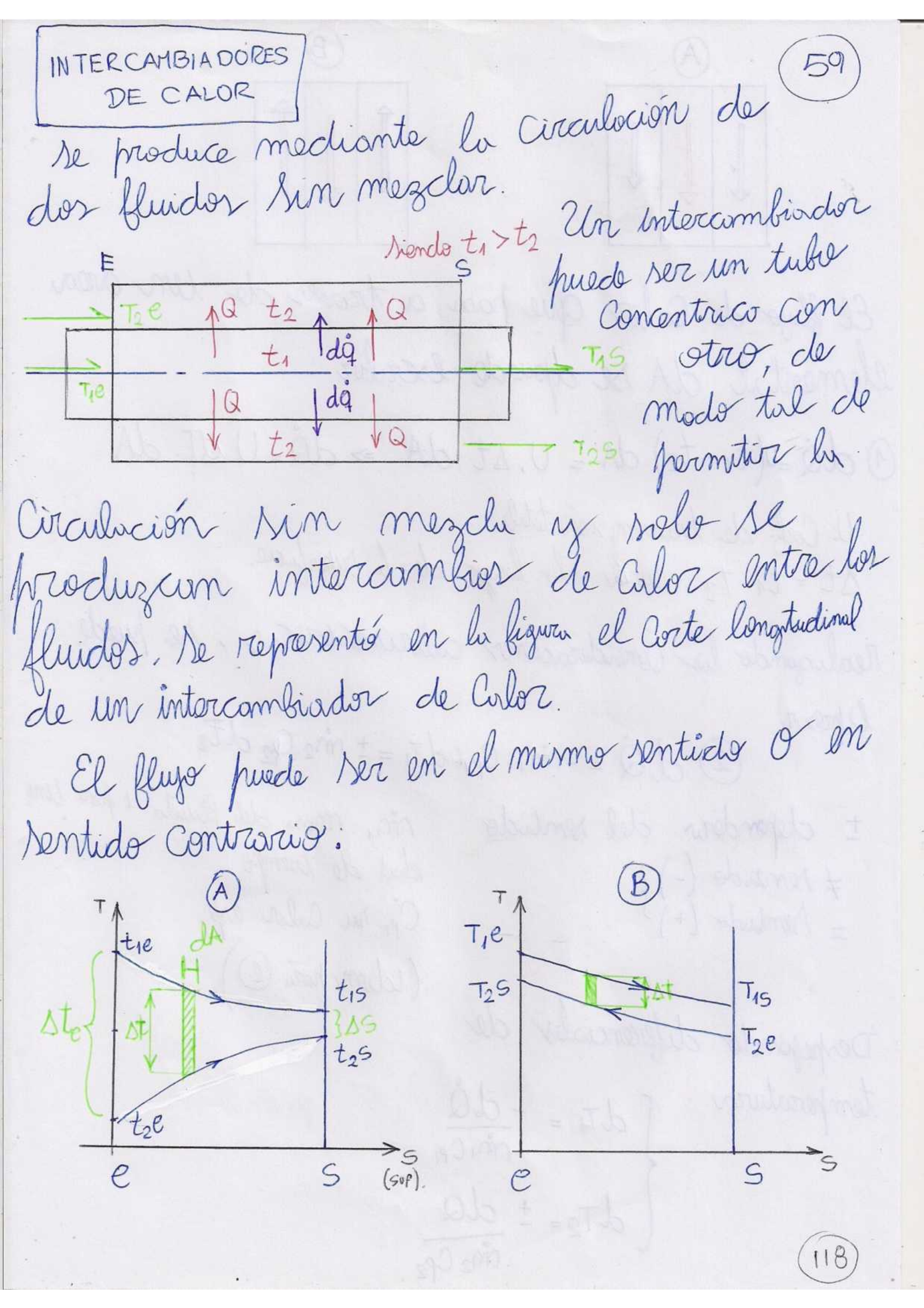
tenemos que descomoner Nussel

$$N_u = cte \cdot R_e^c \cdot P_r^f \rightarrow cte = \frac{N}{R_e^c \cdot P_r^f}$$

$$\frac{h \cdot \phi}{K} \Rightarrow \boxed{h = cte \, \frac{K}{\phi} \, R_e^c \cdot P_r^f}$$

↳ Mov. de fluido en un conducto

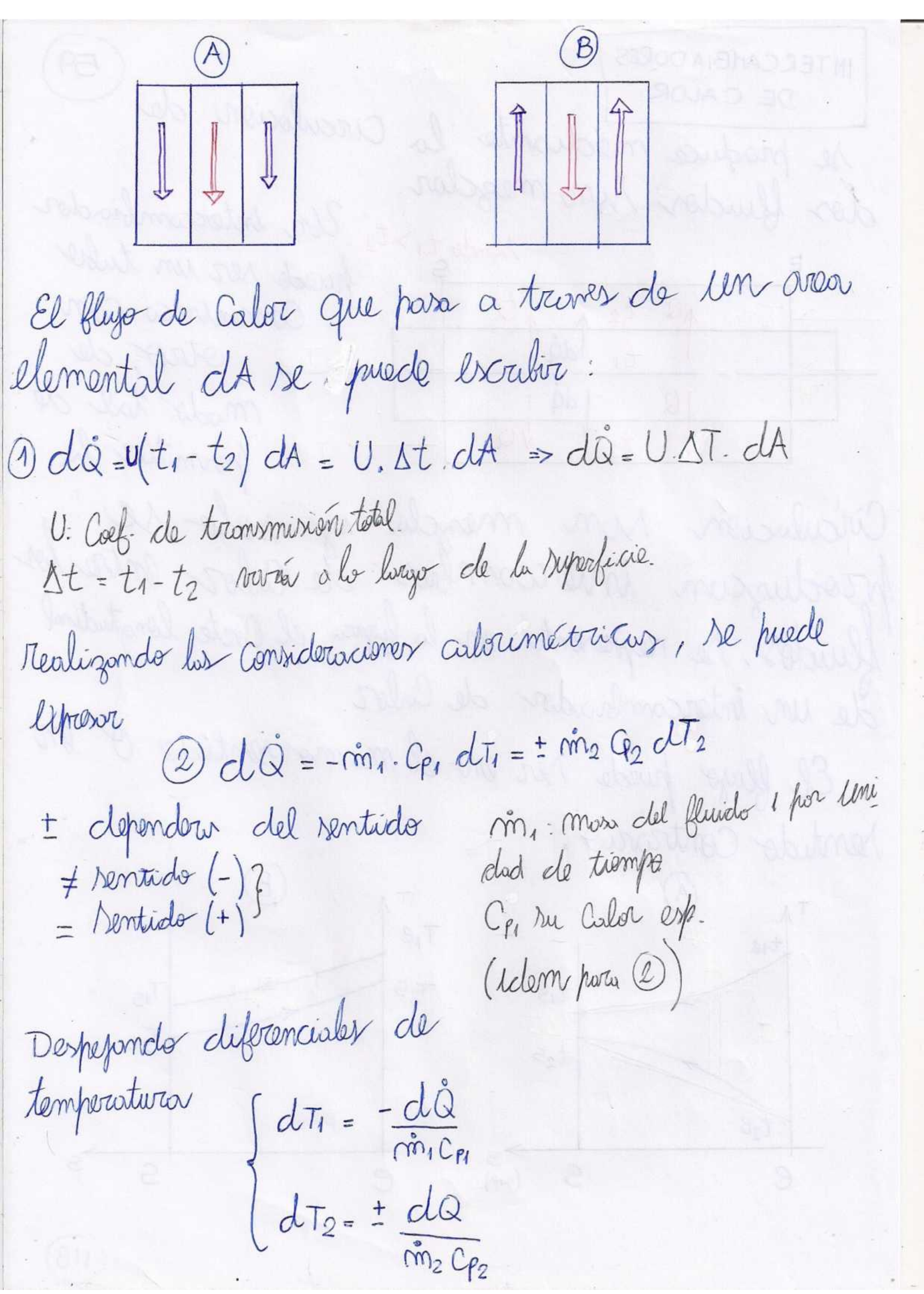
Se busca conocer el coefic. de pelicula.



INTERCAMBIADORES DE CALOR

se produce mediante la circulación de dos fluidos sin mezclar. Un intercambiador puede ser un tubo concéntrico con otro, de modo tal de permitir la circulación sin mezcla y solo se produzcan intercambios de calor entre los fluidos. Se representó en la figura el corte longitudinal de un intercambiador de calor.

El flujo puede ser en el mismo sentido o en sentido contrario:



El flujo de Calor que pasa a traves de un área elemental dA se puede escribir:

① $d\dot{Q} = U(t_1 - t_2)\, dA = U \cdot \Delta t \cdot dA \Rightarrow d\dot{Q} = U \cdot \Delta T \cdot dA$

U: Coef. de transmisión total.

$\Delta t = t_1 - t_2$ variá a lo largo de la superficie.

Realizando las Consideraciones calorimétricas, se puede expresar

② $d\dot{Q} = -\dot{m}_1 \cdot C_{P1}\, dT_1 = \pm \dot{m}_2\, C_{P2}\, dT_2$

± dependerá del sentido
≠ sentido (−)
= Sentido (+)

$\dot{m}_1$: masa del fluido 1 por unidad de tiempo
C_{P1} su Calor esp.
(idem para ②)

Despejando diferenciales de temperatura

$$\begin{cases} dT_1 = -\dfrac{d\dot{Q}}{\dot{m}_1 C_{P1}} \\ dT_2 = \pm \dfrac{dQ}{\dot{m}_2 C_{P2}} \end{cases}$$

La diferencia de dt se puede expresar

$$\Delta dt = d\Delta t = dt_1 - dt_2 = -d\dot{Q}\underbrace{\left(\frac{1}{\dot{m}_1 c_{p1}} \pm \frac{1}{\dot{m}_2 c_2}\right)}_{\mathcal{E}} =$$

$$d\Delta t = -\mathcal{E} . d\dot{Q}$$

$$\therefore \boxed{dQ = -\frac{d\Delta t}{\mathcal{E}}} \quad (3)$$

$$\Delta T_S = t_{S1} - t_{S2}$$

$$\Delta T_e = t_{e1} - t_{e2}$$

si integro $d\Delta t$

$$\int_{\Delta T_e}^{\Delta T_S} d(\Delta t) = -\mathcal{E} \int_{\Delta T_e}^{\Delta T_S} d\dot{Q} \quad \therefore \Delta T_e - \Delta T_S = \mathcal{E}\dot{Q}$$

despejando

$$\boxed{\dot{Q} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_S}{\mathcal{E}}}$$

$$d\dot{Q} = U . \Delta T \, dA$$

$$d\dot{Q} = -\frac{d\Delta T}{\mathcal{E}}$$

por (1) y (3)

$$d\dot{Q} = \frac{-d(\Delta T)}{\mathcal{E}} = U . \Delta T \, . dA$$

se deduce $\frac{d\Delta t}{\Delta t} = -\mathcal{E} . U . dA$

integrando esta ultima expresión

$$\ln \frac{\Delta Te}{\Delta Ts} = -\mathcal{E} \cdot U \cdot A \quad ó \quad \ln \frac{\Delta Te}{\Delta Ts} = \mathcal{E} \cdot U \cdot A$$

de donde

$$\boxed{\mathcal{E} = \ln \frac{\Delta Te}{\Delta Ts} \cdot \frac{1}{U \cdot A}}$$

$$\dot{Q} = \frac{\Delta Te - \Delta Ts}{\mathcal{E}} = \frac{\Delta Te - \Delta Ts}{\ln\left(\frac{\Delta Te}{\Delta Ts}\right) \cdot \frac{1}{U \cdot A}} = U \cdot A \, \frac{\Delta Te - \Delta Ts}{\ln\left(\frac{\Delta Te}{\Delta Ts}\right)}$$

$$\dot{Q} = \Delta T_m \cdot U \cdot A$$

de donde $$\boxed{\Delta T_m = \frac{\Delta Te - \Delta Ts}{\ln\left(\Delta Te / \Delta Ts\right)}}$$

donde ΔT_m se llama diferencia media logarítmica.

HASTA ACA
SEGUNDO PARCIAL

TRANSMISIÓN POR RADIACIÓN

Se entiende por rad. a la energía que no requiere un medio para propagarse; lo hace por medio de ondas electromagnéticas. Todo cuerpo emite energía radiante por medio de dichas ondas electromagnéticas a expensas de su energía interna.

La long. de onda $\lambda = \frac{C}{\nu}$

Clasificación

- ondas hertzianas 200 µm a
- Rayos infrarojos 0,80 µm a 800 µm
- Espectro visible 0,38 µm a 0,76 µm
- Luz ultravioleta 0,02 µm a 0,40 µm
- Rayos X de 1×10^{-6} µm a 0,02 µm
- Rayos Gamma de 5×10^{-7} µm a 1×10^{-6} µm
- Rayos Cósmicos menos de 5×10^{-7} µm

El intercambio de Calor fue resuelto por PLANK.

se realizan 2 simplificaciones:

1) superficie radiante se encuentra a una temp. uniforme.
2) El porcentaje de energía absorbida por el medio gaseoso que limita con la superficie es despreciable (no siempre es así).

ENERGIA RADIANTE

La potencia irradiada por unidad de superficie es $E = f(\lambda, T)$ LEY DE REPARTICIÓN DE ENERGÍA RADIANTE

La emisión se hace a Costa de una disminución de energía interna del Cuerpo, a menos que genere Calor o que lo reciba de otra fuente.

La emisión viaja a la velocidad de la luz hasta que incide sobre otro cuerpo, una parte se refleja, otra lo atraviesa y otra lo absorbe aumentando su energía interna.

$$E = r \cdot E + t \cdot E + a \cdot E$$

- r → Coef. REFLEXIÓN
- t → COEF. TRANSPARENCIA
- a → Coef. ABSORCIÓN

Se cumple siempre que $r + t + a = 1$

Son función de λ y T; además de la naturaleza del cuerpo y del estado de la superficie.

$r = 1$ se dice ESPECULAR

$r = 0$ se dice MATE

$t = 1$ se dice TRANSPARENTE

$t = 0$ se dice OPACO

$a = 1$ se dice NEGRO

Un mismo material emite cantidades diferentes según sea su estado superficial (este pulido o no por ejemplo).

Una superficie ideal emitiría o recibiría energía radiante de cualquier longitud de onda y en su totalidad en función únicamente de la temperatura será un EMISOR IDEAL; es también un absorbedor ideal ya que si es capaz de emitir también podrá absorber en las mismas condiciones; se lo conoce al emisor ideal como cuerpo negro en la óptica

Ej: agujero en Cavidad esférica. El Cuerpo negro es el orificio, absorve todo lo que llega y deja salir una minusculo porción.

POTENCIA EMISIVA "E"

La Cantidad total de energía radiante de todas las longitudes de onda emitida por un Cuerpo por unidad de area y de tiempo.

Nos interesa Conocer la proporción que cada longitud de onda aporta a la potencia radiante; o sea la distribución de la potencia radiante segun las longitudes de onda. ; busco conocer la variación de E cuando la longitud de onda varía desde un valor λ hasta un valor $\lambda + d\lambda$.

$$\boxed{I_\lambda = \left(\frac{\partial E}{\partial \lambda}\right)_T}$$

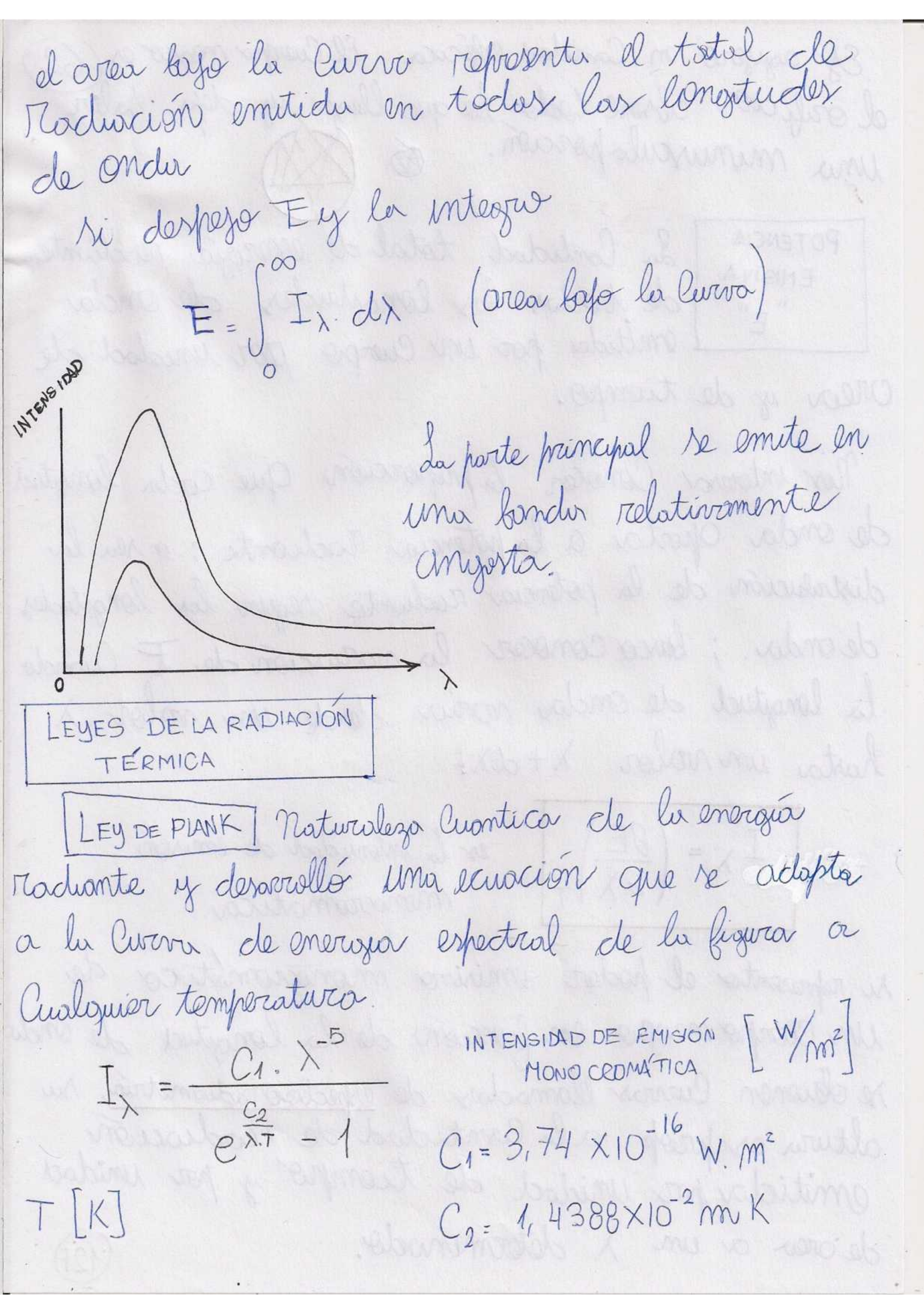
es la intensidad de emisión monocromática.

si represento el poder emisivo monocromático de un cuerpo negro en función de la longitud de onda se obtienen Curvas llamadas de <u>espectrorradiometría</u>, su altura es prop. a la Cantidad de radiación emitida por unidad de tiempo y por unidad de area a un λ determinado.

el area bajo la curva representa el total de radiación emitida en todas las longitudes de onda

si despejo E y la integro

$$E = \int_0^{\infty} I_\lambda \cdot d\lambda$$ (area bajo la curva)



La parte principal se emite en una banda relativamente angosta.

LEYES DE LA RADIACIÓN TÉRMICA

LEY DE PLANK Naturaleza cuantica de la energía radiante y desarrolló una ecuación que se adapta a la curva de energía espectral de la figura a cualquier temperatura.

$$I_\lambda = \frac{C_1 \cdot \lambda^{-5}}{e^{\frac{C_2}{\lambda \cdot T}} - 1}$$

INTENSIDAD DE EMISIÓN MONO CROMÁTICA $[W/m^2]$

$C_1 = 3,74 \times 10^{-16}\ W \cdot m^2$

T [K]

$C_2 = 1,4388 \times 10^{-2}\ m\ K$

se demostró experimentalmente.

Plank supuso que nada de la energía emitida era devuelta. (transmisividad cero, reflexividad cero)

Concepto de cuerpo negro perfecto con $a = 1$.

La ec. es valida para cuerpos negros.

LEY DE DESPLAZAMIENTO DE WIEN

emisión de energía por un cuerpo a distintas temperaturas. El máximo de cada curva ocurre con longitudes de onda progresivamente menores a medida que aumenta la temperatura.

Cuando un cuerpo esta comenzando a emitir energía por radiación esta tiene un color rojo oscuro, a medida que aumenta la temp. el color pasa al rojo claro y luego al amarillo.

Wien dijo que $\boxed{\lambda . T = Cte}$ si baja T sube λ (corrimiento al infrarojo).

valor pico de la curva

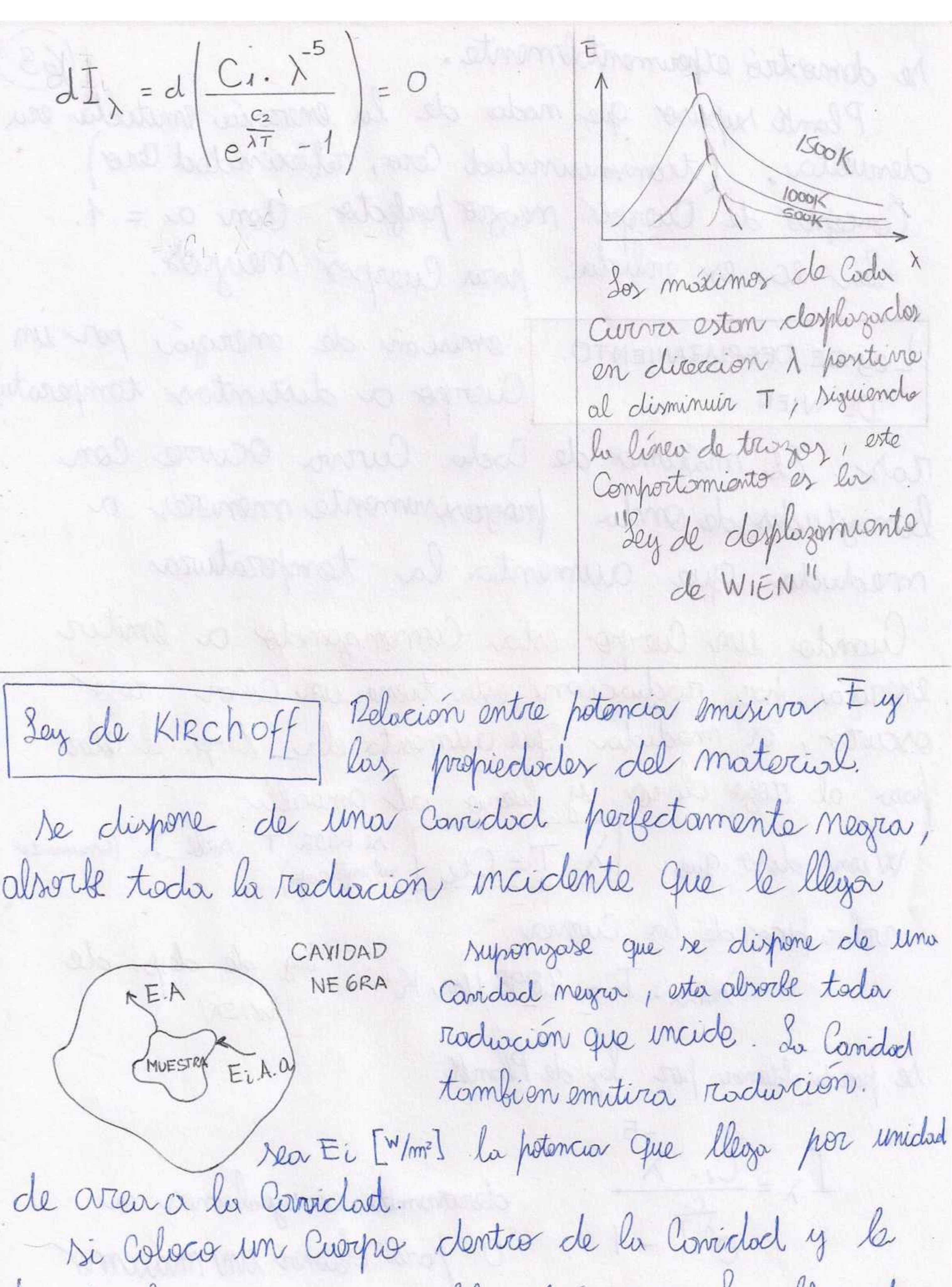
$$\lambda_{MAX} . T = 2898 \, \mu m \, K$$

Ley de desp. de WIEN

se puede obtener por Ley de Plank.

$$I_\lambda = \frac{C_1 . \lambda^{-5}}{e^{\frac{C_2}{\lambda . T}} - 1}$$

derivamos e igualamos a 0 para obtener un máximo



$$dI_{\lambda} = d\left(\frac{C_1 \cdot \lambda^{-5}}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1}\right) = 0$$

Los máximos de cada curva están desplazados en dirección λ positiva al disminuir T, siguiendo la línea de trazos, este comportamiento es la "Ley de desplazamiento de WIEN"

Ley de KIRCHOFF

Relación entre potencia emisiva E y las propiedades del material.

Se dispone de una cavidad perfectamente negra, absorbe toda la radiación incidente que le llega

supongase que se dispone de una cavidad negra, esta absorbe toda radiación que incide. La cavidad también emitirá radiación.

Sea E_i [W/m²] la potencia que llega por unidad de area a la cavidad.

Si coloco un cuerpo dentro de la cavidad y lo permito alcanzar un equilibrio térmico, hay flujo de energía; la absorbida es igual a la emitida.

en el equilibrio puedo escribir

① $E \cdot A = E_i \cdot A \cdot a$

si substituyo el cuerpo anterior por un cuerpo negro y se lo deja alcanzar el equilibrio.

② $E_N \cdot A = E_i \cdot A \cdot 1$

la absorbencia de C_N es la unidad

DIVIDO ①/②

$$\boxed{\frac{E}{E_N} = a}$$

el cociente E/E_N es la emisividad del cuerpo

$\frac{E}{E_N} = e \quad ; e = a$

Constituye la Ley de Kirchhoff.

Las emisividades y absorbencias son las propiedades totales del material en cuestión, representan el comportamiento del material integrado sobre todas las longitudes de onda. Sustancias reales emiten menos que los negros ideales.

$$\frac{E}{E_N} = a$$

$$\frac{E}{a} = E_N \quad \text{Como era un cuerpo cualquiera}$$

$$\frac{E_1}{a_1} = \frac{E_2}{a_2} = \ldots = E_N$$

otra forma de expresar la ley de Kirchhoff.

"Cuando existe equilibrio termodinámico, la relación entre la potencia emisiva y la capacidad de absorción, es la misma para todos los cuerpos e igual a la potencia emisiva del cuerpo negro a la misma temperatura".

CUERPO GRIS → su emisividad es la misma para todas las longitudes de onda y temperaturas.

→ idealización

→ EMISIVIDAD TOTAL O HEMISFERICA: La velocidad total a la cual emite radiación de todas las longitudes de onda dividida por la velocidad total a la cual emitiría radiación un cuerpo negro a la misma temperatura.

LEY DE STEFAN-BOLTZMANN

El gráfico I_λ vs λ; su área representa la Cantidad total de radiación emitida E en todos los λ.

① $E_N = \int_0^\infty I_\lambda \, d\lambda$

② Reemplazando la ec de PLANK $E_N = \int_0^\infty \frac{C_1 \cdot \lambda^{-5}}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1} \, d\lambda$

$$E_N = \int_0^\infty \frac{C_1}{\lambda^5 \left(e^{\frac{C_2}{\lambda . T}} - 1\right)} \, d\lambda$$

ahora Con $x = \frac{C_2}{\lambda . T}$ $\quad x = C_2 . T^{-1} \lambda^{-1}$

$$\frac{dx}{d\lambda} = -\frac{C_2}{\lambda^2 T}$$

$$= \int_0^\infty -\frac{\lambda^2 . T}{C_2} \cdot \frac{C_1}{\lambda^5 (e^x - 1)} \, dx \qquad -\frac{\lambda^2 . T}{C_2} dx = d\lambda$$

$$= \int_0^\infty -\frac{T}{C_2} \frac{C_1}{\lambda^3 (e^x - 1)} \qquad -\left(\frac{x . T}{C_2}\right)^3 = \lambda^3$$

$$-\frac{x^3 . T^3}{C_2^3}$$

$$= \int_0^\infty -\frac{T^4}{C_2^4} \cdot \frac{C_1 x^3}{(e^x - 1)} \, dx$$

$$E_N = -\frac{C_1}{C_2^4} T^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3}{(e^x - 1)} dx$$

desarrollando en serie $\frac{1}{e^x - 1}$ se obtiene

$$E_N = -\frac{c_1}{C_2^4} T^4 \int_0^{\infty} x^3 \left(\frac{1}{e^x} + \frac{1}{e^{2x}} + \frac{1}{e^{3x}} + \frac{1}{e^{4x}} + \dots \right) dx$$

por propiedades de las integrales

$$E_N = -\frac{C_1}{C_2^4} T^4 \left[\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x} dx + \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^{2x}} dx + \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^{3x}} dx + \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^{4x}} dx \dots \right]$$

truncando la serie a 4 terminos significativos (demas son despreciables); valuando y obteniendo las ctes.

$$\boxed{E_N = \nabla . T^4}$$

siendo ∇ la cte de Stefan-Boltzmann.

$$\nabla = 5{,}67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$$

Como $1 \times 10^{-8} = \frac{1}{10000\,0000}$ y $10000\,0000 = 100^4$

entonces se la puede escribir como

$$E_N = \frac{5,67}{100^4} \cdot T^4 = 5,67 \cdot \left(\frac{T}{100}\right)^4$$

siendo $C_N = \sigma \cdot 1 \times 10^{-8} = 5,67 \frac{W}{m^2 K^4}$
Coef. de rad
de Cuerpo negro.

La ley S-B se puede poner facilmente

Como
$$E_N = C_N \left(\frac{T}{100}\right)^4$$

Planck supuso su formula solo para Cuerpos negros y S-B derivó su fórmula a partir del concepto de Cuerpo negro, su formula solo se aplica por lo tanto a estos ultimos.
Se la puede adaptar a cuerpos reales con el concepto de emisividad para adaptarla.

$$\frac{E}{E_N} = e$$

$$\boxed{E = e \sigma T^4}$$

$\frac{E}{e} = E_N$ Como $E_N = \sigma T^4$

también se puede escribir como

$$E = e \cdot C_N \left(\frac{T}{100} \right)^4$$

si llamo a $C = e \cdot C_N$ obtengo

$$\boxed{E = C \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^4}$$

Donde C es el Coef. de Radiación

$(C \in [0;5,67]) \quad (e \in [0,1])$

LEY DEL COSENO DE LAMBERT

La energía irradiada por un cuerpo es proporcional a la cantidad de energía a lo largo de la normal $E_n \cdot dA$ y multiplicada por la magnitud del ángulo sólido elemental

$d\Omega \cdot \cos\varphi$

$$d^2 Q_\varphi = E_n \, d\Omega \cos\varphi \, dA_1$$

Expresión matemática más completa de la Ley de Lambert

es necesario conocer el valor de A_1 ; es necesario encontrar como varía E.

ANGULO SOLIDO (analogo a angulo plano)

↳ es la relacion entre el area infinitesimal dF de una esfera de radio r y el cuadrado del radio; es decir:

$$d\Omega = \frac{dF}{r^2}$$

dF → area del cuadrangulo sobre la esfera

↳ sera igual al producto de sus lados, dados en longitud por las direcciones ψ y $\psi + d\psi$, y en distancia polar (altura) dado por φ y $\varphi + d\varphi$

a: lado de la distancia polar

$$\varphi = \frac{ds}{dr}$$

$a = r\, d\varphi$

$b = r \cdot \text{sen}\, \varphi\, d\psi$

$ab = r^2\, \text{sen}\, \varphi\, d\varphi\, d\psi$

$$d\Omega = \frac{r^2\, \text{sen}\, \varphi\, d\varphi\, d\psi}{r^2} = \text{sen}\, \varphi\, d\varphi\, d\psi$$

reemplazando en la ley

$$d^2Q_\varphi = E_n\, d\Omega \cos\varphi\, dA_1$$

$$d^2Q_\varphi = E_n \cdot dA_1 \cos\varphi\, \text{sen}\, \varphi\, d\varphi\, d\psi$$

Integrando en toda la semiesfera

$$dQ = E_n \, dA_1 \int_0^{\pi/2} \cos\varphi \, \text{sen}\,\varphi \, d\varphi \int_0^{2\pi} d\psi$$

$$dQ = E_n \, dA_1 \, 2\pi \left[\frac{\text{sen}^2\varphi}{2}\right]_0^{\pi/2}$$

$$dQ = \pi \, E_n \, dA_1$$

para conocer la energía emitida por dA_1; op. la Ley de S-B

$$E = e C_N \left(\frac{T}{100}\right)^4$$ si multiplico por el área

$$dQ = E \, dA_1 = e C_N \left(\frac{T}{100}\right)^4 dA_1$$

Igualando

$$e \cdot C_N \cdot \left(\frac{T}{100}\right)^4 dA_1 = \pi \cdot E_n \, dA_1$$

Resolviendo y despejando E_n

$$e \cdot C_N \left(\frac{T}{100}\right)^4 = \pi \, E_n$$

$$E_n = \frac{e}{\pi} c_N \left(\frac{T}{100}\right)^4 \quad ; \quad E_n = \frac{E}{\pi}$$

La Cantidad de flujo radiante en dirección de la normal es π veces menor que la densidad total del flujo radiante del cuerpo.

Es estrictamente valido para un cuerpo negro en cuerpos rugosos vale con $\varphi \in [0°, 60°]$

RADIACIÓN RECIPROCA si existen en el medio simultaneamente dos cuerpos, ambos irradian energía y ambos absorberán en en el mismo instante parte de la energía radiada por el otro, por lo que se busca determinar el intercambio neto de energía radiante entre un cuerpo y el medio que lo rodea.

Se suponen 2 cuerpos negros con dA_1 y dA_2; separados por un medio que no absorbe radiación en forma importante. y que estan a T_1 y T_2

e

dA_2

e'

O'

α_2

α_1

r

dA_1 o

a b

por ley de S-B

$dQ_N^1 = E_N \cdot dA_1 = \sigma T_1^4 dA_1$

$dQ_N^1 = E_N \cdot dA_2 = \sigma T_2^4 dA_2$

por Ley de Lambert, la energía emitida por dA_1 y dA_2 en dir dA_2 es prop. a $\cos\alpha_1$ y reducida π veces con resp. a la normal

$$dQ^1_{NA2} = \frac{E_N}{\pi} \cos\alpha_1 \, dA_1 = \frac{\sigma . T_1^4}{\pi} \cos\alpha_1 \, dA_1$$

$$dQ^1_{NA1} = \frac{E_N}{\pi} \cos\alpha_2 \, dA_2 = \frac{\sigma . T_2^4}{\pi} \cos\alpha_2 \, dA_2$$

La superficie dA_2 solo recibirá una parte de esta energía radiante emitida por dA_1, prop al ángulo sólido que forme con respecto a la dirección dA_1

$$dQ_{N1-2} = \frac{E_N}{\pi} . \cos\alpha_1 \, d\Omega_2 \, dA_1 = \frac{\sigma T_1^4}{\pi} \cos\alpha_1 \, dA_1$$

"Energía radiante recibida por dA_2 y emitida por dA_1".

de manera análoga

$$dQ_{N2-1} = \frac{E_N}{\pi} \cdot \cos\alpha_2 \, d\Omega_1 \, dA_2 = \frac{\sigma T_2^4}{\pi} \cos\alpha_2 \, d\Omega_1 \, dA_2$$

EL ANGULO SOLIDO entre dA_2 y dA_1

$$d\Omega_2 = \frac{\cos\alpha_2 \cdot dA_2}{r^2}$$

reemplazando $dQ_{N1-2} = \frac{\sigma \cdot T_1^4}{\pi} \cos\alpha_1 \, d\Omega_2 \, dA_1$

$$dQ_{N1-2} = \frac{\sigma T_1^4}{\pi} \cdot \frac{\cos\alpha_1 \cdot \cos\alpha_2}{r^2} dA_2 \, dA_1$$

de forma análoga

$$dQ_{N2-1} = \frac{\sigma T_2^4}{\pi} \frac{\cos\alpha_2 \cos\alpha_1}{r^2} dA_1 \, dA_2$$

El calor intercambiado por ambas superficies será por unidad de tiempo

$$dQ_N = \sigma \left(T_1^4 - T_2^4\right) \frac{\cos\alpha_1 \cos\alpha_2}{\pi \, r^2} dA_2 \, dA_1$$

INTEGRANDO

$$Q_N = \sigma \left(T_1^4 - T_2^4\right) \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos\alpha_1 \cos\alpha_2}{\pi \, r^2} dA_2 \cdot dA_1$$

La integral doble puede valer

$$F_{1-2} A_1 = F_{2-1} A_2$$

DONDE

$$F_{1-2} = \int_{A_2} \frac{\cos\alpha_1 \cos\alpha_2}{\pi r^2} dA_2$$

$$F_{2-1} = \int_{A_1} \frac{\cos\alpha_2 \cos\alpha_1}{\pi \cdot r^2} dA_1$$

se llaman factores de forma o geométricos dep. de la Conf. de Cada superficie

finalmente $Q_N = \sigma \left(T_1^4 - T_2^4 \right) A_1 F_{1-2}$

se puede escribir Como

$$Q_N = C_N \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] A_1 F_{1-2}$$

es valido para cuerpos negros.

Con cuerpos grises se incorpora un coeficiente F_P (factor de emisividad)

$$Q_N = C_N \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] A_1 \cdot F_P \cdot F_{1-2}$$

AIRE HUMEDO | UNIDAD 11

Es un gas incoloro, inodoro e insipido. Es una mezcla de gases compuesta principalmente por nitrogeno y oxigeno.

El aire atmosférico es normalmente una mezcla de aire seco y de vapor de agua sobrecalentado a la cual se le denomina aire humedo.

El estudio es importante ya que interviene en distintos procesos industriales como asi tambien en el acond y refrigeración del aire.

- CALEFACCIÓN
- ENFRIAMIENTO
- HUMEDECIMIENTO
- SECADO

ACOND → VERANO - R, DH, FILTRADO, CIRCULACIÓN Y VENTILACIÓN
ACOND → INVIERNO - C, H, F, C, V

AIRE ATMOSFÉRICO: AIRE SECO + VAPOR DE AGUA (se considera como gases perfectos).

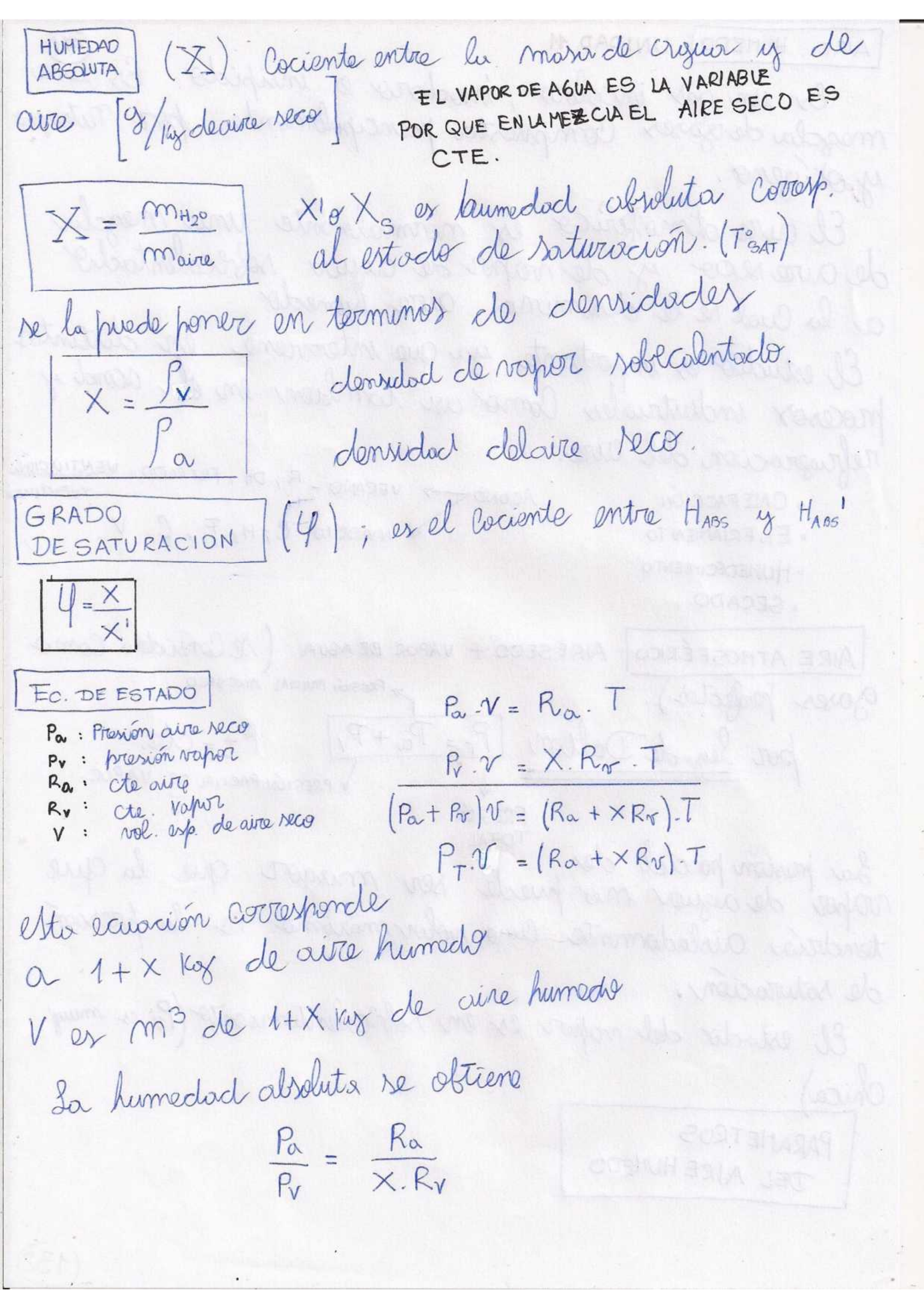
por Ley de Dalton $P_T = P_a + P_V$ $P_t = cte.$

- P_T: PRESIÓN TOTAL
- P_a: PRESIÓN PARCIAL AIRE SECO
- P_V: PRESIÓN PARCIAL DE VAPOR

La presión parcial de vapor de agua no puede ser mayor que la que tendría aisladamente cuyo valor máximo es la presión de saturación.

El estado del vapor es en sobrecalentamiento (P_V es muy chica).

PARAMETROS DEL AIRE HUMEDO



HUMEDAD ABSOLUTA (X) Cociente entre la masa de agua y de aire $\left[g / kg \text{ de aire seco} \right]$

EL VAPOR DE AGUA ES LA VARIABLE POR QUE EN LA MEZCLA EL AIRE SECO ES CTE.

$$X = \frac{m_{H_2O}}{m_{aire}}$$

X' ó X_S es humedad absoluta corresp. al estado de saturación. (T°_{SAT})

se la puede poner en terminos de densidades

$$X = \frac{\rho_v}{\rho_a}$$

ρ_v: densidad de vapor sobrecalentado

ρ_a: densidad del aire seco.

GRADO DE SATURACION (φ); es el cociente entre H_{ABS} y H_{ABS}'

$$\varphi = \frac{X}{X'}$$

Ec. DE ESTADO

- P_a : Presión aire seco
- P_v : presión vapor
- R_a : cte aire
- R_v : cte. vapor
- V : vol. esp. de aire seco

$$P_a \cdot V = R_a \cdot T$$

$$P_v \cdot V = X \cdot R_v \cdot T$$

$$(P_a + P_v) V = (R_a + X R_v) \cdot T$$

$$P_T \cdot V = (R_a + X R_v) \cdot T$$

esta ecuación corresponde a $1 + X$ kg de aire humedo

V es m^3 de $1+X$ kg de aire humedo

La humedad absoluta se obtiene

$$\frac{P_a}{P_v} = \frac{R_a}{X \cdot R_v}$$

$$X = \frac{R_a}{R_v} \cdot \frac{P_v}{P_a}$$

si $R_a = 287 \, J/_{kg}K$

$R_v = 461 \, J/_{kg}K$

$P_T = P_a + P_v$

$P_T - P_v = P_a$

$$\boxed{X = 0{,}622 \cdot \frac{P_v}{P_T - P_v}}$$

en estado de saturación se tiene

$$X' = 0{,}622 \frac{P_v'}{P_T - P_v'}$$

el grado de saturación será

$$\psi = \frac{X}{X'} = \frac{0{,}622 \cdot \frac{P_v}{P_T - P_v}}{0{,}622 \cdot \frac{P_v'}{P_T - P_v'}}$$

$$\psi = \frac{X}{X'} = \frac{P_v \cdot \frac{1}{P_T - P_v}}{P_v' \cdot \frac{1}{P_T - P_v'}} = \frac{P_v}{P_v'} \cdot \frac{P_T - P_v'}{P_T - P_v}$$

$$\boxed{\psi = \frac{P_v}{P_v'} \cdot \frac{P_T - P_v'}{P_T - P_v}}$$

HUMEDAD RELATIVA (ϕ) relación entre la presión parcial de vapor del aire humedo a la temperatura a la que se encuentra y la Corresp presión de vapor en el estado de Saturación.

$$\phi = \frac{P_v}{P_v'} \cdot 100\,\%$$

$$\boxed{\psi = \phi \cdot \frac{P_t - P_v'}{P_t - P_v}}$$

Como $P_v' <<< P_a$

y $P_v <<< P_a$

el grado de saturación y la humedad relativa se suelen considerar iguales.

VOLUMEN ESPECÍFICO

a partir de

$$P_T \cdot v = (R_a + X R_v) \cdot T$$

$$P_T\, v = \left(\frac{R_a}{R_v} + X\right) R_v T$$

$$P_T \cdot v = (0{,}622 + X)\, R_v \cdot T$$

$$v = \frac{(0{,}622 + X) R_v \cdot T}{P_T}$$

$$v = \frac{(0{,}622 + X)\, 461 \cdot T}{(P_a + P_v)}$$

el volumen total será $V_T = v\,(1 + X)$

si el ambiente está saturado, el volumen específico será

$$v_S = \frac{461\,(0{,}622 + X')\,T}{P_a + P_v'} \quad \text{o} \quad v'$$

$$\frac{v}{v'} = \frac{\dfrac{461\,(0{,}622+x)\,T}{(P_a+P_v)=P_t}}{\dfrac{461\,(0{,}622+x')\,T}{(P_a+P_v')=P_t}} = \frac{(0{,}622+x)}{(0{,}622+x')}$$

$$\boxed{v = v' \cdot \frac{(0{,}622+x)}{(0{,}622+x')}}$$

ENTALPIA DEL AIRE HUMEDO

La entalpía del aire seco $i_a = C_{p_a} \cdot T =$

$$i_a = 1{,}005 \cdot T \approx T \left[{}^{KJ}/_{Kg} \right]$$

para X kg de vapor de agua

$$i_{VAP} = X\, i_V \qquad \left[{}^{KJ}/_{Kg} \right]$$

$$i_{1+X} = i_a + i_V \cdot X$$

en estado de saturación se tiene una expresión similar

$$i_{1+x'} = i_a + i_V \cdot X'$$

La cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de la masa de vapor una vez evapoporada hasta la temp. t

$$Q_V = \lambda \cdot X + C_{p_V} \cdot X \cdot t$$

Como sucede a $P = cte$

$$i_v = (\lambda + C_{pv} \cdot t) X$$

$$i_t = i_a + i_v = C_{pa} \cdot t + (\lambda + C_{pv} \cdot t) X$$

$$i_t = t + (2500 + 1{,}93 T) . X$$

↳ Calor lat vap. → calor esp. medio a $p = cte$.

$$i_{1+x} = T + (2500 + 1{,}93T) . X$$

Las entalpias de aire seco y aire humedo pueden obtenerse de tablas psicométricas.

$$i_{1+x} = i_a + i_v \cdot \frac{X}{X'} \cdot X' = i_a + i_v \cdot \varphi \cdot X'$$

φ es el grado de saturacion

X' es HABS' a temp. dicha

$$i_v \cdot X' = i_{1+x}' - i_a$$

$$\boxed{i_{1+x} = i_a + \varphi (i_{1+x'} - i_a)}$$

Cuando hay exceso de humedad, hay neblina o bien se separa por gravedad; tambien puede estar en estado solido con $T < 0°C$

- $i_{1+x} = i_{1+x'} + (X - X') C_{e_{liq}} T_{amb.}$ (en neblina) — $(X - X')$ → el exceso
- $i_{1+x} = i_{1+x'} - (X - X')(C_f - C_h \cdot T)$ (exceso de hum. como hielo)

↳ Calor de fusion de Hielo → Calor esp. Hielo.

PUNTO DE ROCIÓ

si se mantiene cte. la presión del vapor se puede alcanzar el estado de saturación ②.

El vapor de agua contenido en una determinada masa de aire que no esta saturado, tiene un estado de vapor sobrecalentado ya que su presion parcial es menor que la presión que correspondería para la saturación a la temperatura en que se halla

si para una P_t disminuyo la temperatura del aire que contiene vapor en 1, la humedad abs. no cambia.

El vapor va disminuyendo su temperatura hasta la saturación en 2 ($T_2 < T_1$); a dicha temperatura se la llama temperatura de rocío. T_R o punto de rocío.

P_v coincide con la de saturacion; es la minima temp. a la que puede llevarse el aire humedo sin que se produzca la condensación. de sus vapores.

"TEMPERATURA MÍNIMA A LA QUE PUEDE LLEVARSE EL AIRE HUMEDO A LA PRESION EN QUE SE ENCUENTRA SIN QUE SE PRODUZCA LA CONDENSACIÓN DEL VAPOR DE AGUA QUE CONTIENE EN SU MASA".

PSICOMETRO se usa para medir la humedad del aire. Indica dos tempera; de BS y el otro bulbo esta cubierto con un filtro embebido en agua que indica la temperatura de bulbo humedo.

T_{BH} → es prop. al contenido de humedad que contenga el aire. si esta saturado de humedad ambos marcan lo mismo.

si la humedad del aire es menor que la de saturacion, el agua se evapora del fieltro absorbiendo calor latente de vaporización del medio ambiente de modo tal que la temperatura de bulbo humedo resulta menor que la temp. bulbo seco.

luego las lecturas se ponen en una tabla que da la humedad relativa en funcion de la temp. b. h.

SATURACIÓN ADIABATICA se puede obtener la saturación con ① $P = cte$ y ΔT ó ② $T = cte$ y ΔP

② a-c ① a-b

LINEAS DE P. cte

T

P

P_v

T_c c a

T_d d

T_b b

S

otro proceso es el de SATURACIÓN ADIABÁTICA (a-d) en el cual se alcanza sat. en d

en d la temp. se llama "temp. de saturación adiabática" y esta relacionada con la temp. de bulbo humedo

T_{bH} se mide en atm de aire saturado y en el caso ideal, se mide en condición saturada.

T_d es la T_{bH} de aire que se mide a T_{bS} T_a; no sale calor durante el proceso. (AD).

El proceso consiste en un flujo de aire humedo a la temperatura T_C a traves de un dispositivo de paredes adiabáticas en el que se humedece el aire en contacto con agua líquida, hasta que en la sección de salida se alcanza el estado de saturación a la temp. de T_d.

PROCESO IRREVERSIBLE, su balance energético es:

$$i_a + i_v \cdot X + i'_L(X'-X) = i_a' + i_v' \cdot X'$$

- $i_a + i_v \cdot X$: ENTALPIA DE AIRE HUMEDO A LA ENTRADA
- i'_L: ENTALPÍA DEL LÍQUIDO A LA TEMP. DE SATURACIÓN ADIABATICA T_d
- $(X'-X)$: CANTIDAD DE AGUA QUE ABSORBE EL AIRE.
- $i_a' + i_v' \cdot X'$: ENTALPIA DE AIRE HUMEDO SAT. A LA SALIDA

proceso en régimen estacionario; se caracteriza por la disminución de temperatura de la corriente de T_c a T_d y por el aumento de X a X'

El calor lat. de vap. que absorve el agua que va a aumentar la humedad del aire produce la disminución de la T de la corriente del aire.

la temp baja de "a" a "d"
↳ a la salida

para que las condiciones se mantengan estacionarias se debe reponer agua a una temp. Td.

$$i_a + i_v . X - i'_L X' = i'_a + (i'_v - i'_L) X'$$

$$i_a + i_v X + i'_L (X' - X) = i_a' + i_v' . X'$$

$$i_a + i_v . X + i'_L X' - i'_L X = i_a' + i_v' X'$$

$$i_a + i_v X - i'_L X = i_a' + i_v' X' - i'_L X$$

$$= i_a' + X' \underbrace{(i_v' - i_L')}_{r' \text{ (Calor lat)}}$$

Se puede despejar Td y llegar

$$X = \frac{r' . X' - (T_a - T_d)}{i_v - i'_L}$$

Se reemplazo $i'_a - i_a$ por $-(T_a - T_d)$

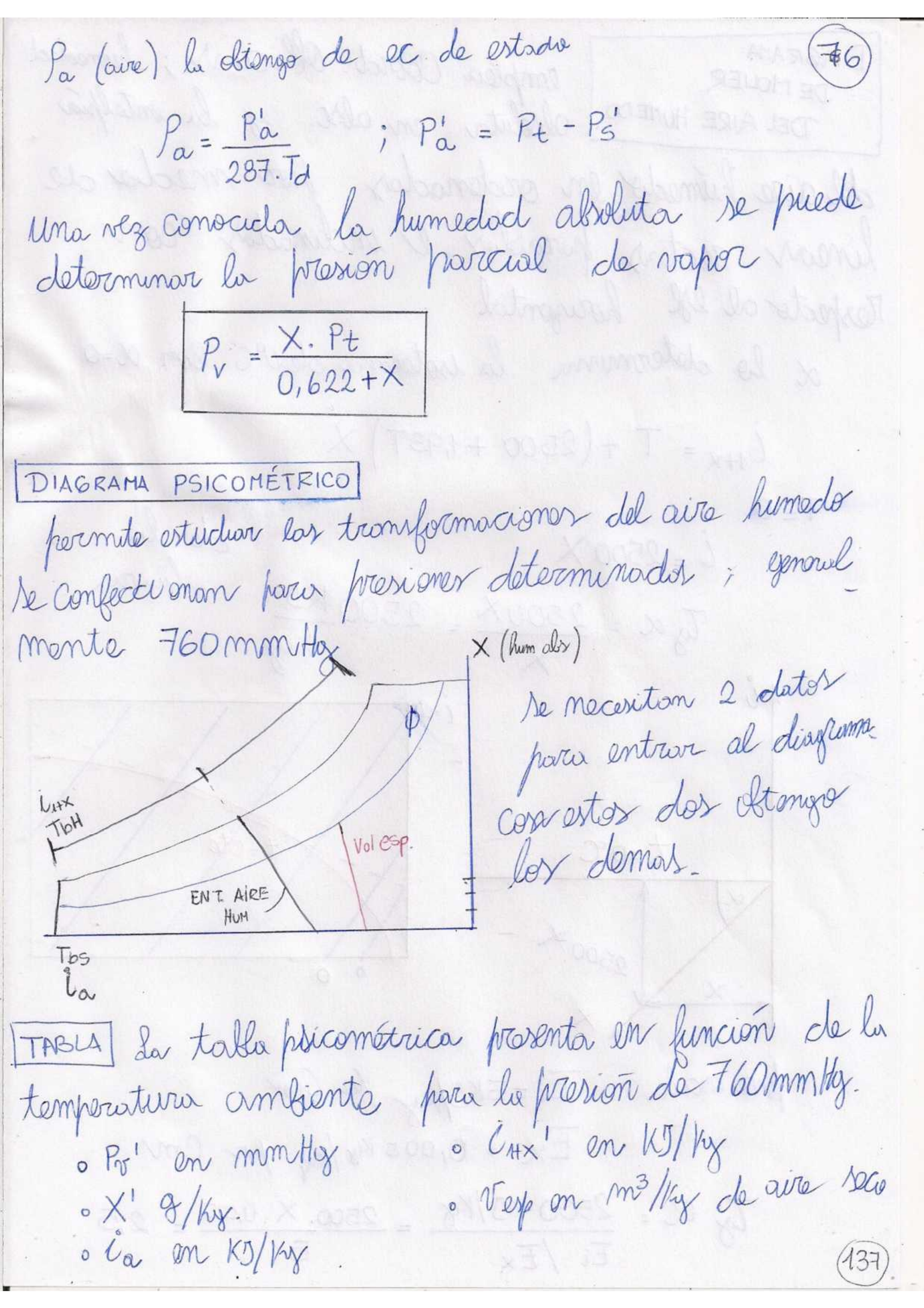
X en funcio de la temp. ambiente Ta, en función de la temp de saturacion adiabatica Td y de la humedad abs. en saturacion.

X' lo necesito conocer junto con la presión atmosférica P.

Con $X' = \frac{\rho'_a}{\rho'_v}$ Con la temperatura Td en la tabla de vapor saturado obtengo la presión de saturación llamada P'S y el corresp. volumen específico v'_v y la densidad del vapor sera:

$$\boxed{\rho'_v = \frac{1}{v'_v}}$$

v es subíndice



P_a (aire) la obtengo de ec. de estado

$$\rho_a = \frac{P'_a}{287 . T_d} \quad ; \quad P'_a = P_t - P_s'$$

Una vez conocida la humedad absoluta se puede determinar la presión parcial de vapor

$$P_v = \frac{X . P_t}{0{,}622 + X}$$

DIAGRAMA PSICOMÉTRICO

permite estudiar las transformaciones del aire humedo se confeccionan para presiones determinadas ; generalmente 760 mmHg

se necesitan 2 datos para entrar al diagrama con estos dos obtengo los demas.

TABLA La tabla psicométrica presenta en función de la temperatura ambiente para la presión de 760 mmHg.

- P_v' en mmHg
- X' g/Kg.
- i_a en KJ/Kg
- i_{HX}' en KJ/Kg
- V_{esp} en m^3/Kg de aire seco

TRANSF. DE AIRE HUMEDO

1) • Calentamiento o enfriamiento con $X = cte.$

entalpia al inicio y al final

$$i_1 = i_{a_1} + i_{v_1} . X$$
$$i_2 = i_{a_2} + i_{v_2} X$$

extraccion o suministro de q sin variar la cantidad de agua en el ambiente.

RMaM $\quad i_2 - i_1 = i_{a_2} - i_{a_1} + (i_{v_2} - i_{v_1}) X$

(en Mollier es una linea vertical)

(en PSICO es horizontal)

de lo anterior

$$X_M = \frac{\dot{m}_1 . X_1 + \dot{m}_2 X_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2}$$

$$i_M = \frac{\dot{m}_1 i_1 + \dot{m}_2 i_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2}$$

5). Mezcla de una masa de aire humedo con agua líquida o vapor e intercambio de calor.

Si a una masa de aire humedo le sumo m Kg de agua líquida o vapor y una cantidad de calor Q (si se saca es ⊖)

X_1 → HA AIRE HUM.

X_2 → HA de la mezcla

$$m_a . X_1 + m = m_a . X_2$$

$$m_a . i_1 + m . i_{v.L} + Q = m_a . i_2$$

m_a → masa aire seco

$i_{v.L}$ → entalpía de agua (vapor o líquido)

de ambas expresiones

$$X_2 - X_1 = \frac{m}{m_a} \quad \text{divido MaM}$$

$$i_2 - i_1 = \frac{m}{m_a} \cdot i_{V.L} + \frac{Q}{m}$$

$$\frac{\Delta i}{\Delta X} = \frac{i_2 - i_1}{X_2 - X_1} = i_{VL} + \frac{Q}{m}$$

da la pendiente del proceso y queda det de forma gráfica con el diagrama de Mollier mediante escala auxiliar de las pendientes.

PARCIAL DE PRáCTICA (TEóRICO)

1- HACIENDO UN MODELO Y APLICANDO LA ECUACIóN GENERAL DE LA ENERGíA, DEDUCIR EL PRIMER PRINCIPIO PARA SISTEMAS NO FLUENTES Y FLUENTES RESPECTIVAMENTE PREVIA DEFINICIóN DE LA FUNCIóN ENERGíA INTERNA Y ENTALPIA.
2- UTILIZANDO LA TEORíA CINéTICA DE LOS GASES, INDICAR COMO SE PUEDE OBTENER EL EXPONENTE ADIABáTICO DE UN GAS RELACIONáNDOLO CON LOS GRADOS DE LIBERTAD DE LAS MOLéCULAS Y PARA LOS DISTINTOS MODELOS MONO-BI-TRI ATóMICOS.
3- REALIZAR UN ESQUEMA DE FUNCIONAMIENTO DE UN CICLO GASEOSO DE UN MOTOR DE CICLO SEMI-DIESEL, GRAFICAR EN UN P-V Y DEDUCIR LA EXPRESIóN DEL RENDIMIENTO TéRMICO.
4- HACER UN ESQUEMA DE FUNCIONAMIENTO Y DEDUCIR LA EXPRESIóN DE LA PRESIóN INTERMEDIA DE UN COMPRESOR DE DOS ETAPAS CON LA HIPóTESIS DE ENFRIAMIENTO COMPLETO Y ENCONTRAR LA EXPRESIóN DEL TRABAJO DEL COMPRESOR.
5- REALIZAR UN ESQUEMA DE FUNCIONAMIENTO DE UN CICLO GASEOSO DE TURBINA/BRAYTON, GRAFICARLO EN UN P-V-T Y DEDUCIR SU RENDIMIENTO TéRMICO EN FUNCIóN DE LA RELACIóN DE PRESIONES TEMPERATURA T3. (GRAFICAR RESULTADOS)
6- DEDUCIR LA EXPRESIóN DEL RENDIMIENTO VOLUMéTRICO DE UN COMPRESOR CON ESPACIO NOCIVO Y ENCONTRAR LA MáXIMA RELACIóN DE PRESIONES QUE SE PUEDE LLEGAR A ALCANZAR.
7- ECUACIóN DE VAN DER WAALS, ECUACIóN DE ESTADO REDUCIDA.
8- REALIZAR UN ESQUEMA DE FUNCIONAMIENTO DE UN CICLO GASEOSO DE UN MOTOR DE CICLO OTTO, GRAFICAR EN UN P-V Y DEDUCIR LA EXPRESIóN DEL RENDIMIENTO TéRMICO.
9- REALIZAR UN ESQUEMA DE FUNCIONAMIENTO DE UN CICLO GASEOSO DE UN MOTOR DE CICLO DIESEL, GRAFICAR EN UN P-V Y DEDUCIR LA EXPRESIóN DEL RENDIMIENTO TéRMICO.

PARCIAL DE PRACTICA DE TEORICO:

1- FORMULAR LA LEY DE CONDUCCION DEL CALOR PARA EL CASO DE PARED PLANA SUPUESTA POR EL METODO DE LAS RESISTENCIAS Y GENERALIZAR LOS RESULTADOS PARA OTRO TIPO DE PAREDES, CILINDRICAS Y ESFERICAS.
2- DAR LOS CASOS TIPICOS DE LA FORMA QUE ADOPTA LA ECUACION GENERAL DE LA CONDUCCION PARA REGIMEN ESTACIONARIO E IN-ESTACIONARIO Y APLICAR PARA EL CASO DE LA PARED PLANA.
3- DESCRIBA EL CICLO FRIGORIFICO DE COMPRESION EN REGIMEN SECO PARA UN COMPRESOR DE DOS ETAPAS CON MEZCLADOR, REALIZAR UN ESQUEMA DE INSTALACION, EL DIAGRAMA T-S Y DAR EL COEFICIENTE FRIGORIFICO COMPARANDOLO CON EL DE CARNOT EQUIVALENTE A TRAVES DEL RENDIMIENTO TERMICO.
4- DESCRIBA LOS METODOS PARA MEJORAR EL RENDIMIENTO TERMICO DEL CICLO DE RANKINE, REALIZANDO EN CADA CASO UN ESQUEMA DE LA INSTALACION DEL PROCESO EN LOS DIAGRAMAS P-V Y T-S CORRESPONDIENTES Y PONIENDO DE MANIFIESTO LAS MEJORAS PARA SUS FORMULAS.
5- DEDUCIR LA ECUACION DEL METODO DE LA DIFERENCIA MEDIA LOGARITMICA PARA LOS INTERCAMBIOS DE CALOR PARTIENDO DE LA ECUACION DE RENDIMIENTO TERMICO.
6- DESCRIBA COMO SE OBTIENE LA RELACION DE PRESIONES CRITICAS PARA OBTENER EL CAUDAL MAXIMO DE CARGA DE UNA TOBERA APLICANDO LA ECUACION DE SAINT-VENANT UTILIZANDO LAS GRAFICAS DEL CAUDAL Y LA INTENSIDAD DE CAUDAL.
7- PARTIENDO DE LA ECUACION GENERAL DE LA CONDUCCION EN CONDICION DE REGIMEN ESTACIONARIO, DEDUCIR LA ECUACION PARA EL CASO DE PAREDES PLANAS.

CATEDRA DE TERMODINAMICA F.C.E.F y N. / UNC / CORDOBA

EXAMEN TEORICO SEGUNDO PARCIAL AÑO 2019 – DIA: MARTE / JUEVES

PARCIAL TIPO: “ B”

1. APLICANDO LA ECUACION GENERAL DE LA CONDUCTIBILIDAD A UN VOLUMEN DIFERENCIAL e INDICAR LAS TRES FORMAS TIPICAS QUE ADOPTA DICHA ECUACION y COMPROBANDO LA FORMA DE FOURIER PARA LA PARED PLANA

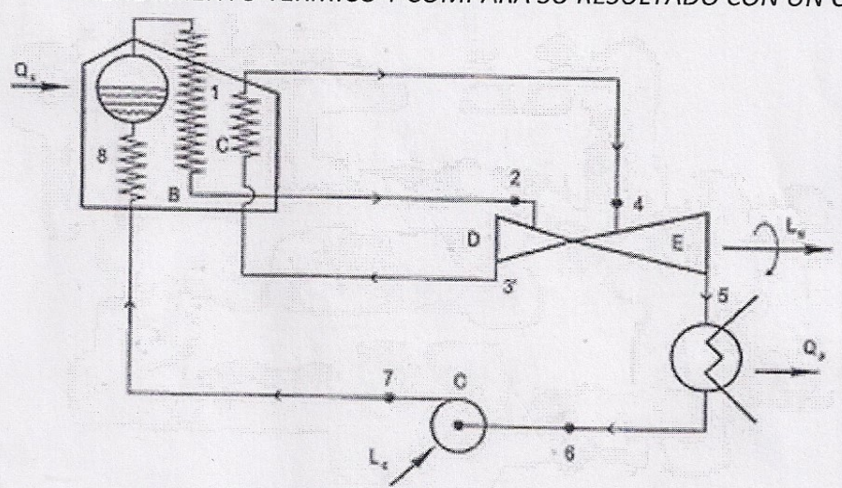
$$k\nabla^2 T dV + \dot{q} dV = c\,\rho dV \frac{\partial T}{\partial t}$$

Si dividimos por k *y* dV *obtenemos:*

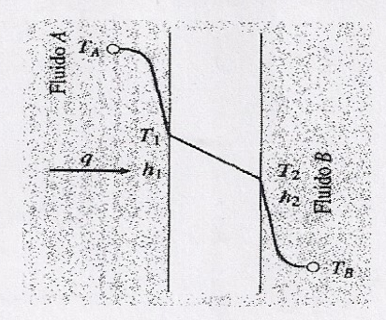
$$\nabla^2 T + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

Con $\alpha = \frac{k}{c\rho}\left[\frac{m}{s^2}\right]$

2. CON EL CICLO DE EXPANSIONES MULTIPLES CON DOS RECALENTAMIENTOS DE VAPOR COMO EL DE LA FIGURA, REPRESENTAR GARFICAMENTE y DETERMINAR EL RENDIMIENTO TERMICO Y COMPARA SU RESULTADO CON UN CICLO SIN MEJORAS.



3. APLICANDO A LA SIGUIENTE FIGURA CALCULAR EL FLUJO DE CALOR COMBINADO DE CONVECCION y CONDUCCION EN FORMA SIMULTANEA PARA REGIMEN ESTACIONARIO. t_B
todos los coeficientes de transmisión.



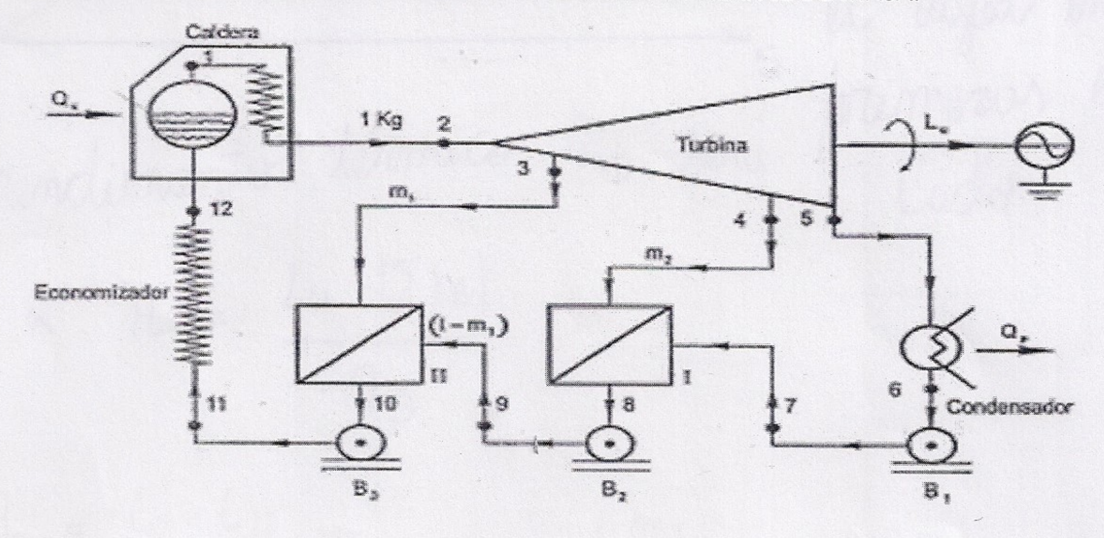
CATEDRA DE TERMODINAMICA F.C.E.F y N. / UNC / CORDOBA

EXAMEN TEORICO SEGUNDO PARCIAL AÑO 2019 – DIA: MARTE / JUEVES

ALUMNOS: ING. BERTOLINO / NATALI

PARCIAĹ TIPO: " A"

1. CON EL ESQUEMA INDICADO DE UN CICLO REGENERATIVO, CONSTRUIR SU REPRESENTACION GRAFICA Y ECUACIONES DE RENDIMIENTO TERMICO Y BALANCE DE MASA.



2. REALIZAR UN ESQUEMA DE FUNCIONAMINETO DE UNA TOBERA DE LAVAL y PLANTEAR LA ECUACION DE SAINT VENANT, DETERMINANDO LA RELACION DE PRESIONES CRITICAS M=1 PARA DETERMINAR LA INTENSIDAD DE CAUDAL MAXIMA . (GRAFICAR RESULTADOS CAUDAL EN FUNCION DE LA RELACION DE PRESIONES, IDEM INTENSIDAD DE CAUDAL).

3. DEDUCIR LA EXPRESION DEL FLUJO DE CALOR PARA EL CASO DE LA PARED PLANA Y PLANA SUPERPUESTA y LUEGO CONBINAR SU EFECTO CON LA CONVECCION A AMBOS LADOS DE LA PARED.